

CHUYÊN ĐỀ 2: HÀM SỐ LŨY THỪA

A – KIẾN THỨC CHUNG

1. **Định nghĩa:** Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là hàm số lũy thừa.

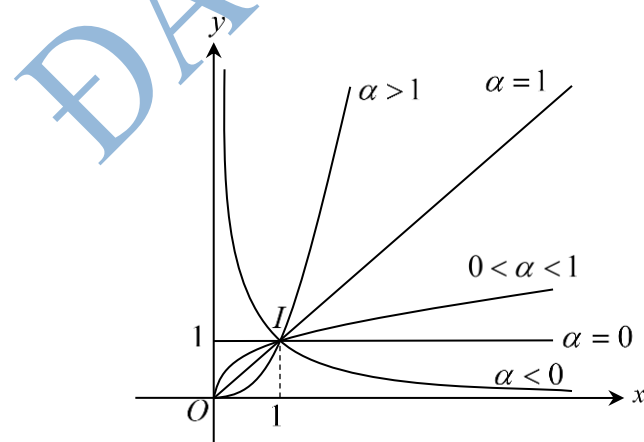
2. **Tập xác định:** Tập xác định của hàm số $y = x^\alpha$ là:

- $D = \mathbb{R}$ nếu α là số nguyên dương.
- $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ với α nguyên âm hoặc bằng 0.
- $D = (0; +\infty)$ với α không nguyên.

3. **Đạo hàm:** Hàm số $y = x^\alpha$, ($\alpha \in \mathbb{R}$) có đạo hàm với mọi $x > 0$ và $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$.

4. **Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng $(0; +\infty)$.**

$y = x^\alpha, \alpha > 0$	$y = x^\alpha, \alpha < 0$												
a. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$	a. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$												
b. Sự biến thiên: + $y' = \alpha x^{\alpha-1} > 0, \forall x > 0$. + Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty$. + Tiệm cận: không có	b. Sự biến thiên: + $y' = \alpha x^{\alpha-1} < 0, \forall x > 0$. + Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0$. + Tiệm cận: - Trục Ox là tiệm cận ngang. - Trục Oy là tiệm cận đứng.												
c. Bảng biến thiên:	c. Bảng biến thiên:												
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>$0 \rightarrow +\infty$</td></tr> <tr><td>y'</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>y</td><td style="text-align: center;">$0 \rightarrow +\infty$</td></tr> </table>	x	$0 \rightarrow +\infty$	y'	+	y	$0 \rightarrow +\infty$	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>$0 \rightarrow +\infty$</td></tr> <tr><td>y'</td><td style="text-align: center;">+</td></tr> <tr><td>y</td><td style="text-align: center;">$+\infty \rightarrow 0$</td></tr> </table>	x	$0 \rightarrow +\infty$	y'	+	y	$+\infty \rightarrow 0$
x	$0 \rightarrow +\infty$												
y'	+												
y	$0 \rightarrow +\infty$												
x	$0 \rightarrow +\infty$												
y'	+												
y	$+\infty \rightarrow 0$												



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

Lưu ý: Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn: $y = x^3$, $y = x^{-2}$, $y = x^\pi$.

Đào Phương Thảo

d. Đồ thị:

ĐÀO PHƯƠNG THẢO

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ CHỨA HÀM LŨY THỪA

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 7x - 10)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$.

B. $(2; 5)$.

D. $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - x - 6)^{-4}$ là:

A. $D = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (1 - x^2)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $[-1; 1]$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-12}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $D = (-1, 1)$.

D. $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.

C. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$.

B. $D = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.

D. $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (0; +\infty)$.

B. $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.

Câu 7: Hàm số $y = (x - 1)^{-4}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x)^{-6\cos\frac{\pi}{4}}$.

A. $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

C. $D = (0; 1)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^{2017}$.

- A. $D = (-\infty; 0)$. B. $D = (0; \infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = [0; +\infty)$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ B. $\mathbb{R}$ C. $(-2; +\infty)$ D. $(0; +\infty)$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{-\pi}$ là

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $(0; 2)$. C. $[0; 2]$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = (4x-3)^{\frac{1}{2}}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{4}\right\}$. C. $D = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$. D. $D = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Câu 14: Biểu thức $f(x) = \left(\frac{4x-3x^2}{2x^2+3x+1}\right)^{\frac{-2}{3}}$ xác định khi:

- A. $x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[0; \frac{4}{3}\right]$. B. $x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.
C. $x \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(0; \frac{4}{3}\right)$. D. $x \in \left(-1; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 15: Biểu thức $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)^{\frac{1}{4}}$ chỉ xác định với:

- A. $x \in (1 + \sqrt{3}; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{3}) \cup (1; 1 + \sqrt{3})$.
C. $x \in (1 - \sqrt{3}; 1)$. D. $x \in (1 - \sqrt{3}; 1) \cup (1 + \sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 16: Biểu thức $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^{-3} - 2\sqrt{x}$ xác định với:

- A. $\forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$. B. $\forall x \in [0; +\infty)$.
C. $\forall x \in [0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$. D. $\forall x \in [0; +\infty) \setminus \{1\}$.

ĐẠO HÀM HÀM SỐ LŨY THỪA

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = (5x^2 - x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$. **B.** $y' = \frac{10x-1}{\sqrt[3]{(5x^2-x+2)^2}}$.

C. $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+2)^2}}$.

D. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+2)^2}}$.

Câu 18: Tìm số các đẳng thức đúng trong ba đẳng thức sau:

$$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} (x \geq 0), \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} (x > 0), \quad (\sqrt[3]{x})' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} (x \neq 0)$$

A. Có 3 đẳng thức đúng.

B. Không có đẳng thức nào đúng.

C. Có 2 đẳng thức đúng.

D. Có 1 đẳng thức đúng.

Câu 19: Cho hàm số $y = (x+2)^{-2}$. Hệ thức nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $y'' - y^2 = 0$.

B. $y'' - 6y^2 = 0$.

C. $y'' - 8y^4 = 0$.

D. $y'' - y = 0$.

Câu 20: Cho hàm số $y = x^\pi$. Tính $y''(1)$.

A. $y''(1) = \ln^2 \pi$.

B. $y''(1) = \pi \ln \pi$.

C. $y''(1) = 0$.

D.

$y''(1) = \pi(\pi-1)$.

Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^3 \sqrt{x^4 \sqrt{x}}}$.

A. $y' = \frac{7\sqrt[24]{x^7}}{24}$.

B. $y' = \frac{14\sqrt[24]{x^7}}{24}$.

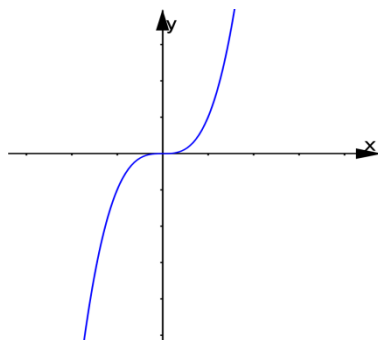
C. $y' = \frac{17}{24\sqrt[24]{x^7}}$.

D.

$y' = \frac{7}{24\sqrt[24]{x^7}}$.

KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ LŨY THỪA

Câu 22: Hàm số nào trong hàm số sau đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ bên?



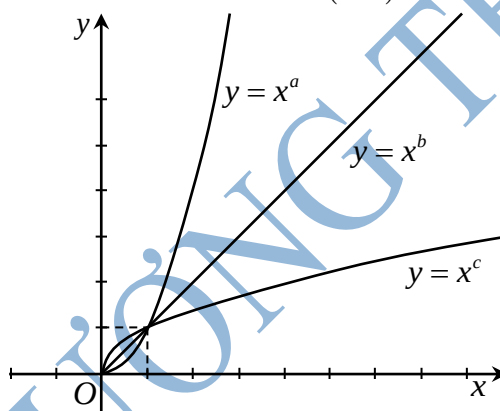
A. $y = x^3$.

B. $y = x^4$.

C. $y = x^{\frac{1}{5}}$.

D. $y = \sqrt{x}$.

Câu 23: Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = x^a$, $y = x^b$, $y = x^c$ trên miền $(0; +\infty)$. Hỏi trong các số a , b , c số nào nhận giá trị trong khoảng $(0; 1)$?



A. Số a .

B. Số a và số c .

C. Số b .

D. Số c .

Câu 24: Cho hàm số $y = x^{-\sqrt{2017}}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng về đường tiệm cận của đồ thị hàm số?

A. Có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

B. Không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.

C. Có một tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

D. Không có tiệm cận.

Câu 25: Cho hàm số $y = x^{e-3}$ trong các kết luận sau kết luận nào **sai**?

A. Đồ thị hàm số nhận Ox, Oy làm hai tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số luôn đi qua $M(1,1)$.

C. Hàm số luôn đồng biến trên $(0, +\infty)$.

D. Tập xác định của hàm số là $D = (0, +\infty)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = x^{-\sqrt{2}}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

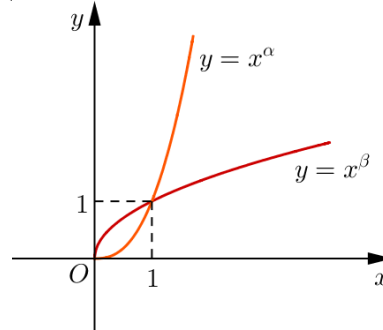
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng

$(0; +\infty)$.

C. Hàm số có tập xác định là $(0; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 27: Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $0 < \beta < 1 < \alpha$.
 $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

C. $0 < \alpha < 1 < \beta$.

D.

TÍNH GIÁ TRỊ HÀM SỐ

Câu 28: Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0$, $a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2016})$.

A. $M = 2017^{1008} - 1$.
 $M = 1 - 2017^{2016}$.

B. $M = -2017^{1008} - 1$.

C. $M = 2017^{2016} - 1$.

D.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}$ và hàm số $g(x) = \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(2^{2017}) < g(2^{2017})$.

B. $f(2^{2017}) > g(2^{2017})$.

C. $f(2^{2017}) = 2g(2^{2017})$.

D. $f(2^{2017}) = g(2^{2017})$.

ĐÀO PHƯƠNG THẢO