

CHUYÊN ĐỀ : PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Phương trình logarit cơ bản

Với $a > 0, a \neq 1$: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

2. Một số phương pháp giải phương trình logarit

a) Đưa về cùng cơ số

Với $a > 0, a \neq 1$: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \end{cases}$

b) Mũ hoá

Với $a > 0, a \neq 1$: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow a^{\log_a f(x)} = a^b$

c) Đặt ẩn phụ

d) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

e) Đưa về phương trình đặc biệt

f) Phương pháp đối lập

Chú ý:

- Khi giải phương trình logarit cần chú ý điều kiện để biểu thức có nghĩa.
- Với $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$: $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

B - BÀI TẬP

Câu 91: PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 92: số nghiệm của phương trình: $\log_4 x + \log_4(x + 3) = 1$ là:

- A. 1 B. 2 C. 0 D. $\{1; 4\}$

Câu 93: Tập nghiệm của phương trình: $\log_{\sqrt{3}}|x + 1| = 2$ là:

- A. $\{-3; 2\}$ B. $\{-4; 2\}$ C. $\{3\}$ D. $\{-10; 2\}$

Câu 94: Tập nghiệm của phương trình: $\log_2(2^x - 1) = -2$ là:

- A. $\{2 - \log_2 5\}$ B. $\{2 + \log_2 5\}$ C. $\{\log_2 5\}$ D. $\{-2 + \log_2 5\}$

Câu 95: Cho phương trình: $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$. Chọn đáp án đúng:

- A. Có hai nghiệm cùng dương. B. Có hai nghiệm trái dấu
C. Có 2 nghiệm cùng âm D. Vô nghiệm.

Câu 96: Tập nghiệm của phương trình: $\log^2 x + \log x + 1 = \frac{26}{\log x - 1}$ là:

- A. 11 B. 99 C. 1010 D. 22026

Câu 97: Số nghiệm của phương trình: $\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 98: Tập nghiệm của phương trình: $\log_2(9^x - 4) = (x + 1) \log_2 3$ là:

- A. $\{1\}$ B. $\{-1; 4\}$ C. $\{4\}$ D. $\{\log_3 4\}$

Câu 99: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$ là:

- A. 0 B. 20 C. 6 D. 16

Câu 100: Giải phương trình $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_4(2^{x+1} - 2) = 1$. Ta có trong các nghiệm là:

- A. $\log_2 15$ B. -1 C. $\log_2 \frac{15}{4}$ D. 3

Câu 101: Số nghiệm của phương trình sau $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$ là:

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 102: Số nghiệm của phương trình sau $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x+1} = 1$ là:

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 103: Số nghiệm của phương trình sau $\frac{1}{4 - \log x} + \frac{2}{2 + \log x} = 1$ là:

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 104: Giải phương trình $\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2 = 0$. Ta có tổng các nghiệm là:

- A. 6 B. 3 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

Câu 105: Phương trình: $\ln x + \ln(3x-2) = 0$ có mấy nghiệm ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 106: Phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ có mấy nghiệm?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 107: Số nghiệm phương trình $\log_3(36 - 3^{x+4}) = 1 - x$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 108: Phương trình $\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2$

- A. Có hai nghiệm dương B. Có một nghiệm âm và một nghiệm dương
C. Có hai nghiệm âm D. Vô nghiệm

Câu 109: Số nghiệm của phương trình $\log_2(2^x - 1) = -2$ bằng

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 110: Phương trình: $\ln x + \ln(3x-2) = 0$ có mấy nghiệm?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 111: Phương trình: $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11$ có nghiệm là một số mà tổng các chữ số trong số đó là:

- A. 17 B. 21 C. 18 D. 972

Câu 112: Cho phương trình $3^{2 - \log_3 x} = 81x$ có một nghiệm dạng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính tổng $a + b$

- A. 5 B. 4 C. 7 D. 3

Câu 113: Cho ba phương trình, phương trình nào có tập nghiệm là $\left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$

$$|x-2|\log_2 x = x-2 \quad (I)$$

$$(x^2-4)(\log_2 x-1)=0 \quad (II)$$

$$\log_{0,5}^2(4x) + \log\left(\frac{x^2}{8}\right) = 8 \quad (III)$$

- A. Chỉ (I) B. Chỉ (II) C. Chỉ (III) D. Cả (I), (II), (III)

Câu 114: Phương trình $\log_2 x + \log_x 2 = 2,5$

- A. Có một nghiệm âm và một nghiệm dương B. Có hai nghiệm dương
C. Có hai nghiệm âm D. Vô nghiệm

Câu 115: Phương trình: $\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2$. Chọn đáp án đúng:

- A. Có hai nghiệm cùng dương. B. Có hai nghiệm trái dấu
C. Có 2 nghiệm cùng âm D. Vô nghiệm.

Câu 116: Phương trình $\log_2(4 \cdot 3^x - 6) - \log_2(9^x - 6) = 1$ có một nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(2;3)$ B. $(-1;1)$ C. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$

Câu 117: Số nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{x-5}{x+5} + \log_2(x^2 - 25) = 0$ là ?

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Câu 118: Phương trình: $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$ có nghiệm là 1 số mà tổng các chữ số đó là:

- A. 6 B. 9 C. 10 D. 11

Câu 119: Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 120: Phương trình: $\lg(x^2 - 6x + 7) = \lg(x - 3)$ có số nghiệm là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 121: Giải phương trình $\log_3(x^2 - x - 5) = \log_3(2x + 5)$. Ta có tổng các nghiệm là:

- A. 4 B. 7 C. 3. D. 2

Câu 122: Cho phương trình $\log^3 x - 2\log^2 x = \log x - 2$. Gọi $x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$ là ba nghiệm của phương trình đã cho. Tính giá trị của $M = 1000x_1 + 10x_2 + x_3$:

- A. 100 B. 300 C. 1000 D. 3000

Câu 123: Cho phương trình $\frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} = 1$. Gọi $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tính giá trị của $M = x_1 + 2x_2$:

- A. $\frac{3}{4}$ B. 2 C. $\frac{5}{4}$ D. 4

Câu 124: Hai phương trình $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt{5}}(2x+1)$ và $\log_2(x^2-2x-8)=1-\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ lần lượt có 2 nghiệm duy nhất x_1, x_2 là . Tổng x_1+x_2 là

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Câu 125: Giải phương trình $\log_3 x + \log_x 9 = 3$. Ta có tích các nghiệm là:

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 27

Câu 126: Phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ có tổng các nghiệm là:

- A. 81 B. 77 C. 84 D. 30

Câu 127: Phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x - 3\sqrt{\log_{\frac{1}{3}} x} + 2 = 0$ có tổng các nghiệm là

- A. $\frac{14}{23}$ B. $\frac{28}{81}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{11}{23}$

Câu 128: Phương trình $2(\log_3 x)^2 - 5\log_3(9x) + 3 = 0$ có tích các nghiệm là:

- A. $\frac{27}{\sqrt{5}}$ B. 7 C. $27\sqrt{3}$ D. $\frac{27}{\sqrt{3}}$

Câu 129: Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{3}\log_2(5-x) + 2\log_8\sqrt{3-x} = 1$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 130: Phương trình $4^{\log_9 x} - 6.2^{\log_9 x} + 2^{\log_3 27} = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 khi đó $|x_1 - x_2| =$

- A. 72 B. 27. C. 77 D. 90

Câu 131: Phương trình $3^{2(x+\log_3 2)} - 2 = 3^{x+\log_3 2}$ có nghiệm là a, giá trị của $D = a^{2017} + (a+1)^3$ là:

- A. 1 B. 10 C. 2 D. 4

Câu 132: Khi giải phương trình $\frac{3}{2}\log_{\sqrt{3}}(1-x) = 2\log_3 27 \cdot \log_9 \sqrt{8-9x} - 3\log_3 \sqrt{3x}$ có nghiệm trên tập số thực. Một học sinh trình bày như sau:

Bước 1: Điều kiện: $0 < x < \frac{8}{9}$

Phương trình cho tương đương $3\log_3(1-x) + 3\log_3 \sqrt{3x} = 3\log_3 \sqrt{8-9x}$ (1)

Bước 2: (1) $\Leftrightarrow \log_3(1-x)\sqrt{3x} = \log_3 \sqrt{8-9x}$ hay $(1-x)\sqrt{3x} = \sqrt{8-9x}$ (2)

Bước 3: Bình phương hai vế của (2) rồi rút gọn, ta được $(x-2)^3 = -2x^3 \Leftrightarrow x = \frac{2}{1+\sqrt[3]{2}}$

Trong các bước giải trên

- A. Sai ở bước 2 B. Sai ở bước 3
C. Cả 3 bước đều đúng D. Chỉ có bước 1 và 2 đúng

Câu 133: Khi giải phương trình $\log_3 x - 3 + \log_3 \frac{2x^3 + 3x^2 + 45}{x^2 + 1} = 0$ trên tập số thực, một học sinh làm như sau:

Bước 1: Với $x > 0$, phương trình viết lại: $\log_3 x + \log_3(2x^3 + 3x^2 + 45) = 3 + \log_3(x^2 + 1)$ (1)

Bước 2: Biến đổi (1)

$\Leftrightarrow \log_3 x(2x^3 + 3x^2 + 45) = \log_3 27(x^2 + 1) \Leftrightarrow x(2x^3 + 3x^2 + 45) = 27(x^2 + 1)$ (2)

Bước 3: Rút gọn (2) ta được phương trình $(2x-3)(x^3+3x^2-9x+9)=0$

Bước 4: Kết luận phương trình cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{3}{2}$.

Trong các bước giải trên

A. Sai ở bước 2 B. Sai ở bước 4 C. Các bước đều đúng D. Sai ở bước 3

Câu 134: Phương trình $\log_3(x^2+3x+1)+\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{3x^2+6x+2x})=0$ trên tập số thực có nghiệm

a, b thỏa $a > b$ thì giá trị $S = a^{2017} + (b+1)^3$ bằng:

A. 1 B. $\sqrt[3]{2}-1$ C. 3 D. 2017

Câu 135: Phương trình $3^{\log_4 x} + x^{\log_4 5} = 2x$.

A. Có 1 nghiệm duy nhất. B. Vô nghiệm.
C. Có 2 nghiệm phân biệt. D. Có nhiều hơn 2 nghiệm.

Câu 136: Giải phương trình $x \cdot \log_5 3 + \log_5(3^x - 2) = \log_5(3^{x+1} - 4)$. Ta có số nghiệm là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 137: Giải phương trình $\log_2 \frac{x^2+x+2}{2x^2-3x+5} = x^2-4x+3$. Ta có nghiệm.

A. $x = -1$ v $x = -3$. B. $x = 1$ v $x = -3$. C. $x = 1$ v $x = 3$. D. $x = -1$ v $x = 3$.

Câu 138: Giải phương trình $\log_3^2 x + (x-12)\log_3 x + 11 - x = 0$. Ta có tích các nghiệm là:

A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 27

Câu 139: Giải phương trình $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 6$. Ta có nghiệm.

A. 3 B. 3 C. 1 D. 27

Câu 140: Giải phương trình $\log_2 \sqrt{x+4} = \log_2(2+\sqrt{x-4})$. Có số có nghiệm.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 141: Giải phương trình $\sqrt{\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2} = \log_2 x^2 - 2$. Ta có số nghiệm là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 142: Giải phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 x + x \cdot \log_3 x + 3 = \log_2 x + 3\log_3 x + x$. Ta có tổng các nghiệm là:

A. 5 B. 9 C. 35 D. 10

Câu 143: Giải phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Ta có tích hai nghiệm là:

A. 16 B. -3 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{2}$

Câu 144: Giải phương trình $\sqrt{\log_3 x + 2} = 4 - \log_3 x$. Ta có nghiệm.

A. $x = 3$ v $x = 3^7$. B. $x = 9$. C. $x = 9$ v $x = 3^7$. D. $x = 3$.

Câu 145: Giải phương trình $\log_3(\log_5 x) = \log_5(\log_3 x)$. Ta có nghiệm.

A. $x = 5^{\frac{\log_5(\log_3 5)}{3}}$ B. $x = 5^3$ C. $x = 1$ D. $x = 3^5$

Câu 146: Giải phương trình $\log_3(2^x - 2) + \log_3(2^x + 1) = \log_3(2^{x+2} - 6)$. Có số nghiệm là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 147: Giải phương trình $\log_2^2(2x^2) + \log_{2x} x = 1$. Ta có nghiệm.

A. $x = 1 \vee x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $x = 1$.

C. $x = 1 \vee x = 2$.

D. $x = 1 \vee x = \frac{1}{2}$.

Câu 148: Giải phương trình $3^{x-1} \cdot 2^{x^2} = 8 \cdot 4^{x-1}$ (*). Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Ta có $VT(*) > 0 \forall x$ và $VP(*) > 0 \forall x$

Bước 2: Logarit hóa hai vế theo cơ số 2. Ta có: $\log_2(3^{x-1} \cdot 2^{x^2}) = \log_2(8 \cdot 4^{x-1})$

$$\Leftrightarrow (x-1)\log_2 3 + x^2 = \log_2 8 + (x-2)\log_2 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2 - \log_2 3)x + 1 - \log_2 3 = 0 \quad (1)$$

Bước 3: Giải phương trình (1) ta được hai nghiệm là $x = 1; x = 1 - \log_2 3$ (thỏa mãn)

Hai nghiệm này cũng là hai nghiệm của phương trình đã cho.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Bước 1

B. Bước 2

C. Bước 3

D. Đúng

Câu 149: Tìm m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2) \cdot \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 27$.

A. $m = \frac{28}{3}$.

B. $m = \frac{4}{3}$.

C. $m = 25$.

D. $m = 1$.

Câu 150: Tìm m để phương trình $\log_2(4^x - m) = x + 1$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$.

B. $0 < m < 2$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $-2 < m < 0$.

Câu 151: Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$.

A. $2 \leq m \leq 6$.

B. $2 \leq m \leq 3$.

C. $3 \leq m \leq 6$.

D. $6 \leq m \leq 9$.

Câu 152: Tìm m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) = \log_2(mx)$ có 1 nghiệm duy nhất.

A. $m > 2$.

B. $1 < m < 2$.

C. $m > 0$.

D. $m > 1$.

Câu 153: Tìm m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ là:

A. $m \geq 1$

B. $x \leq 1$

C. $x \geq \frac{1}{4}$

D. $x \leq \frac{1}{4}$

Câu 154: Tìm m để phương trình $\log_2(x^3 - 3x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m < 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m > 0$.

D. $m > 1$.

C. ĐÁP ÁN

91C, 92B, 93B, 94D, 95A, 96C, 97C, 98B, 99D, 100C, 101A, 102C, 103A, 104A, 105B, 106C, 107C, 108C, 109B, 110B, 111C, 112B, 113A, 114B, 115C, 116A, 117A, 118C, 119B, 120C, 121D, 122B, 123C, 124C, 125D, 126C, 127B, 128D, 129C, 130A, 131A, 132C, 133C, 134C, 135C, 136B, 137C, 138D, 139B, 140B, 141B, 142A, 143C, 144B, 145A, 146B, 147B, 148B, 149D, 150C, 151A, 152C, 153D, 154B.

