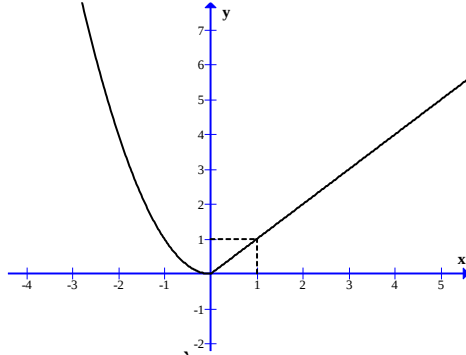


**DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT**

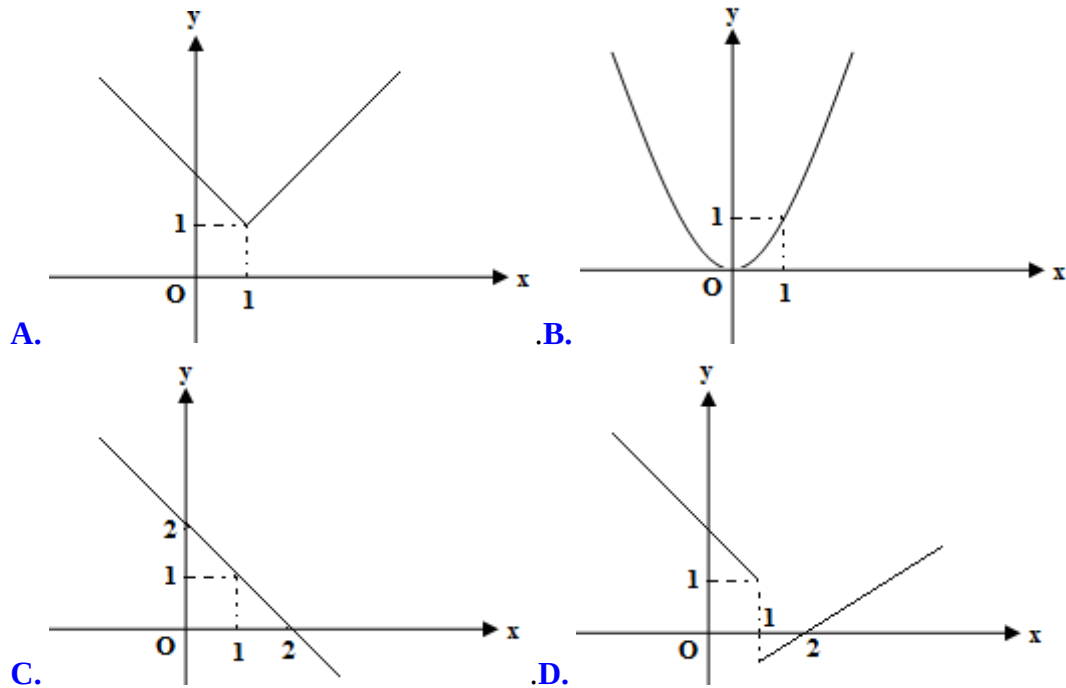
- Câu 1.** (THPT THẠCH THANH 2 - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$ . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên  $[a; b]$  là
- A.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ . **B.**  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .  
**C.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ . **D.**  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .
- Câu 2.** (THPT LÊ HOÀN - THANH HÓA - LẦN 1 - 2018) Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$ . Tìm mệnh đề đúng.
- A.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .  
**B.** Nếu  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .  
**C.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục, tăng trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .  
**D.** Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$  thì hàm số  $f(x)$  phải liên tục trên  $(a; b)$ .
- Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** Nếu  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
**B.** Nếu  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
**C.** Nếu  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
**D.** Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$  thì  $f(a).f(b) < 0$ .
- Câu 4.** Cho đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề đúng.

- A. Hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x=0$  nhưng không liên tục tại điểm  $x=0$ .
- B. Hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại điểm  $x=0$  nhưng không có đạo hàm tại điểm  $x=0$ .
- C. Hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm tại điểm  $x=0$ .
- D. Hàm số  $y = f(x)$  không liên tục và không có đạo hàm tại điểm  $x=0$ .

**Câu 5.** Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại  $x=1$ ?



**Câu 6.** (Thi thử SGD Hưng Yên) Cho các mệnh đề:

1. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$  và  $f(a).f(b) < 0$  thì tồn tại  $x_0 \in (a; b)$  sao cho  $f(x_0) = 0$ .
2. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm.

3. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục, đơn điệu trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm duy nhất.

A. Có đúng hai mệnh đề sai.

B. Cả ba mệnh đề đều đúng.

C. Cả ba mệnh đề đều sai.

D. Có đúng một mệnh đề sai.

## DẠNG 2. LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM

### Dạng 2.1 Xét tính liên tục tại điểm của hàm số

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = \begin{cases} 1-x^3, & \text{khi } x < 1 \\ 1-x, & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ . Hãy chọn kết luận đúng

A.  $y$  liên tục phải tại  $x = 1$ .

B.  $y$  liên tục tại  $x = 1$ .

C.  $y$  liên tục trái tại  $x = 1$ .

D.  $y$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại  $x_0 = 3$ .

B. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại  $x_0 = 3$ .

C. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại  $x_0 = 3$ .

D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại  $x_0 = 3$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .

B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .

C.  $f(4) = 2$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{x^3-x}$ . Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại  $x = -1$ .

B. Hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

C. Hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

D. Hàm số liên tục tại  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 11. (THPT NAM TRỰC - NAM ĐỊNH - 2018)** Hàm số nào sau đây liên tục tại  $x = 1$ :

A.  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ . B.  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$ . C.  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ . D.

$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ .

### Dạng 2.1 Điểm gián đoạn của hàm số

**Câu 12. (THPT THUẬN THÀNH - BẮC NINH - 2018)** Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .

- A.  $y = (x+1)(x^2+2)$ . B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ . C.  $y = \frac{x}{x-1}$ . D.  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ .

**Câu 13.** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 2$ ?

- A.  $y = \frac{3x-4}{x-2}$ . B.  $y = \sin x$ . C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  D.  $y = \tan x$ .

**Câu 14.** Hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  bằng?

- A.  $x_0 = 2018$ . B.  $x_0 = 1$ . C.  $x_0 = 0$  D.  $x_0 = -1$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = \frac{x-3}{x^2-1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số không liên tục tại các điểm  $x = \pm 1$ . B. Hàm số liên tục tại mọi  $x \in \mathbb{R}$ .  
C. Hàm số liên tục tại các điểm  $x = -1$ . D. Hàm số liên tục tại các điểm  $x = 1$ .

**Câu 16. (THPT CHUYÊN BẮC NINH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A.  $f(x)$  có đạo hàm tại  $x = 0$ . B.  $f(\sqrt{2}) < 0$ .  
C.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ . D.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 0$ .

**Câu 17. (THPT HAI BÀ TRUNG - HUẾ - 2018)** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} -x \cos x, & x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x}, & 0 \leq x < 1 \\ x^3, & x \geq 1 \end{cases}$ . Khẳng

định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại mọi điểm  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .  
B. Hàm số  $f(x)$  bị gián đoạn tại điểm  $x = 0$ .  
C. Hàm số  $f(x)$  bị gián đoạn tại điểm  $x = 1$ .  
D. Hàm số  $f(x)$  bị gián đoạn tại điểm  $x = 0$  và  $x = 1$ .

### Dạng 2.3 Bài toán chứa tham số

**Câu 18.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$

- A.  $m = -4$ . B.  $m = 2$ . C.  $m = 4$ . D.  $m = 0$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m+1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số liên tục tại

điểm  $x_0 = 1$  là:

- A.**  $m = -\frac{1}{2}$ . **B.**  $m = 2$ . **C.**  $m = 1$ . **D.**  $m = 0$ .

**Câu 20.** Để hàm số  $y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = -1$  thì giá trị của  $a$

là

- A.**  $-4$ . **B.**  $4$ . **C.**  $1$ . **D.**  $-1$ .

**Câu 21.** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục

tại  $x = 1$ .

- A.**  $m = 0$ . **B.**  $m = 6$ . **C.**  $m = 4$ . **D.**  $m = 2$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x + 1} - \sqrt{x + 2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm  $k$  để hàm số  $f(x)$  liên

tục tại  $x = 1$ .

- A.**  $k = 2\sqrt{2019}$ . **B.**  $k = \frac{2017\sqrt{2018}}{2}$ . **C.**  $k = 1$ . **D.**

$$k = \frac{20016}{2017}\sqrt{2019}.$$

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .

- A.**  $a = 0$ . **B.**  $a = -\frac{1}{2}$ . **C.**  $a = \frac{1}{2}$ . **D.**  $a = 1$ .

**Câu 24.** Biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x + b & \text{khi } x \leq -1 \\ x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -1$ . Mệnh đề nào dưới đây

đúng?

- A.**  $a = b - 2$ . **B.**  $a = -2 - b$ . **C.**  $a = 2 - b$ . **D.**  $a = b + 2$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 3$  khi  $m = ?$

- A.**  $-1$ . **B.**  $1$ . **C.**  $4$ . **D.**  $-4$ .

**Câu 26.** Biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax - 3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a - 4b$ .

- A.  $P = -4$ . B.  $P = -5$ . C.  $P = 5$ . D.  $P = 4$ .

**Câu 27.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$

- A.  $m = 0$ . B.  $m = -1$ . C.  $m = 1$  D.  $m = 2$ .

**Câu 28.** Có bao nhiêu số tự nhiên  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 1$ ?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

**Câu 29.** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x + a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 2$ ?

- A.  $\frac{15}{4}$ . B.  $-\frac{15}{4}$ . C.  $\frac{1}{4}$ . D. 1.

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2} - 2} & \text{khi } x > 2 \\ m^2x - 4m + 6 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để hàm số đã cho liên tục tại  $x = 2$ ?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x - 1} - 2}{x^2 - 1}, & x \neq 1 \\ 4 - m & x = 1 \end{cases}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x_0 = 1$  khi

- A.  $m = 3$ . B.  $m = -3$ . C.  $m = 7$ . D.  $m = -7$ .

**Câu 32.** (Chuyên Lê Thánh Tông-Quảng Nam-2018-2019) Tìm giá trị của tham số  $m$  để

hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x < -1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -1$ .

- A.  $m = \frac{-3}{2}$ . B.  $m = \frac{-5}{2}$ . C.  $m = \frac{3}{2}$ . D.  $m = \frac{5}{2}$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị thực của tham số  $a$  để hàm

số  $f(x)$  liên tục tại  $x=0$ .

- A.  $a = -\frac{3}{4}$ . B.  $a = \frac{4}{3}$ . C.  $a = -\frac{4}{3}$ . D.  $a = \frac{3}{4}$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .

- A.  $m = 1$ . B.  $m = 3$ . C.  $m = 0$ . D.  $m = 2$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Hàm số liên tục tại  $x = 2$  khi  $a$  bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. D. -1.

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Hàm số liên tục tại điểm  $x = 3$  khi  $m$

bằng:

- A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

**Câu 37.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 4$ .

- A.  $m = \frac{7}{4}$ . B.  $m = 8$ . C.  $m = -\frac{7}{4}$ . D.  $m = -8$ .

**Câu 38.** (THPT Yên Mỹ Hưng Yên lần 1 - 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm

số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 2$ .

- A.  $m = 3$ . B.  $m = 2$ . C.  $m = -2$ . D. Không tồn tại  $m$ .

**Câu 39.** (THPT THUẬN THÀNH 1) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Để hàm

số liên tục tại  $x_0 = 1$  thì giá trị của biểu thức  $(m + n)$  tương ứng bằng:

- A.  $\frac{3}{4}$ . B. 1. C.  $-\frac{1}{2}$ . D.  $\frac{9}{4}$ .

**Câu 40.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  để hàm số liên

tục tại  $x = 3$ ?

- A.**  $m = 1$ . **B.**  $m = 2$ . **C.**  $m = 3$ . **D.**  $m = 0$ .

**Câu 41.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 7x}{x^2}$ . Tìm giá trị của  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = 3$ ?

- A.** 40. **B.** 0. **C.** -4. **D.** 20.

**Câu 42.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} & \text{khi } x > -1 \\ mx - 2m^2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -1$ .

- A.**  $m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$ . **B.**  $m \in \{1\}$ . **C.**  $m \in \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ . **D.**

$$m \in \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}..$$

**Câu 43.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} & \text{khi } x < 2 \\ mx + m + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$  liên tục tại

điểm  $x = 2$ .

- A.**  $m = \frac{1}{6}$ . **B.**  $m = -\frac{1}{6}$ . **C.**  $m = -\frac{1}{2}$ . **D.**  $m = \frac{1}{2}$ .

**Câu 44.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Tìm các giá trị thực của tham số  $a$  để

hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

- A.**  $a = -\frac{3}{4}$ . **B.**  $a = \frac{4}{3}$ . **C.**  $a = -\frac{4}{3}$ . **D.**  $a = \frac{3}{4}$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{4x^3 - 3x + 1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R})$ . Biết hàm số liên tục

tại  $x = \frac{1}{2}$ . Tính  $S = abc$ .

- A.**  $S = -36$ . **B.**  $S = 18$ . **C.**  $S = 36$ . **D.**  $S = -18$ .

**Câu 46. (Chuyên - Vĩnh Phúc - lần 3 - 2019)** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

- A.**  $a = 1$ . **B.**  $a = 0$ . **C.**  $a = 2$ . **D.**  $a = -1$ .

**Câu 47. (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - 2019)** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases} \text{ liên tục tại } x=2.$$

- A.**  $m = 3$ . **B.**  $m = 1$ . **C.**  $m = 2$ . **D.**  $m = 0$ .

**Câu 48.** Để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2(x-1)} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$  thì giá trị  $m$  bằng

- A.** 0,5. **B.** 1,5. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 49. (THPT CHUYÊN BẮC NINH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}. \text{ Tìm tất cả các giá trị thực của tham số } m \text{ để hàm số gián}$$

đoạn tại  $x = 1$ .

- A.**  $m \neq 2$ . **B.**  $m \neq 1$ . **C.**  $m \neq 2$ . **D.**  $m \neq 3$ .

**Câu 50. (THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - PHÚ THỌ - LẦN 1 - 2018)** Tìm tất cả các giá

$$\text{trị của } m \text{ để hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

- A.**  $m = 1$ . **B.**  $m = -2$ . **C.**  $m = -1$ . **D.**  $m = 0$ .

**Câu 51. (TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ SỐ 1 - 2018)** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

. Tìm giá trị của  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 0$ .

- A.**  $a = 1$ . **B.**  $a = \frac{1}{2}$ . **C.**  $a = -1$ . **D.**  $a = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 52. (THPT HẬU LỘC 2 - TH - 2018)** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

. Có tất cả bao nhiêu giá trị của  $a$  để hàm số liên tục tại  $x=1$ ?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

**Câu 53. (THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ - HÒA BÌNH - 2018)** Giá trị của tham số  $a$

để hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a + 2x & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục tại  $x=2$ .

- A.  $\frac{1}{4}$ . B. 1. C.  $-\frac{15}{4}$ . D. 4.

**Câu 54. (PHAN ĐĂNG LƯU - HUẾ - LẦN 1 - 2018)** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  liên

tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi  $m$  nhận giá trị

- A.  $m = -2$ . B.  $m = 2$ . C.  $m = -1$ . D.  $m = 1$ .

**Câu 55. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số

$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a + 2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $a$  để

hàm số liên tục tại  $x_0 = 4$ .

- A.  $a = \frac{5}{2}$ . B.  $a = -\frac{11}{6}$ . C.  $a = 3$ . D.  $a = 2$ .

**Câu 56. (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH - LẦN 5 - 2018)** Tìm tham số thực  $m$  để hàm số

$y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} & \text{khi } x \neq -4 \\ mx + 1 & \text{khi } x = -4 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = -4$ .

- A.  $m = 4$ . B.  $m = 3$ . C.  $m = 2$ . D.  $m = 5$ .

**Câu 57. (THPT TRẦN PHÚ - ĐÀ NẴNG - 2018)** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số

$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

- A.  $m = 3$ . B.  $m = 1$ . C.  $m = \frac{3}{4}$ . D.  $m = \frac{1}{2}$ .

**Câu 58. (THPT HÀ HUY TẬP - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } (x > 1) \\ m^2 + m + \frac{1}{4} & \text{khi } (x \leq 1) \end{cases} . \text{ Tìm tất cả các giá trị của tham số thực } m \text{ để hàm}$$

số  $f(x)$  liên tục tại  $x=1$ .

- A.**  $m \in \{0;1\}$ .      **B.**  $m \in \{0;-1\}$ .      **C.**  $m \in \{1\}$ .      **D.**  $m \in \{0\}$ .

**Câu 59. (THPT KINH MÔN - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018)** Tìm  $a$  để hàm số liên tục trên

$$\square : f(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x > 1. \end{cases}$$

- A.**  $a = -2$ .      **B.**  $a = 1$ .      **C.**  $a = 2$ .      **D.**  $a = -1$ .

**Câu 60. (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 1 - 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để

$$\text{hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 & \text{khi } x = 2 \end{cases} \text{ liên tục tại } x=2.$$

- A.**  $m = \sqrt{3}$ .      **B.**  $m = 1$ .      **C.**  $m = \pm\sqrt{3}$ .      **D.**  $m = \pm 1$ .

**Câu 61. (THPT LÝ THÁI TỔ - BẮC NINH - 2018)** Tìm  $m$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x+3}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ mx+2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases} \text{ liên tục tại điểm } x=-1.$$

- A.**  $m = 2$ .      **B.**  $m = 0$ .      **C.**  $m = -4$ .      **D.**  $m = 4$ .

**Câu 62. (THPT HẢI AN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2m+1 & \text{khi } x = 2 \end{cases} . \text{ Tìm } m \text{ để hàm số liên tục tại điểm } x_0 = 2.$$

- A.**  $m = \frac{3}{2}$ .      **B.**  $m = \frac{13}{2}$ .      **C.**  $m = \frac{11}{2}$ .      **D.**  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 63. (THPT CHUYÊN THẮNG LONG - ĐÀ LẠT - 2018)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2+2x+8}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2x^2+5mx & \text{khi } x = -2 \end{cases} \quad (m \in \square). \text{ Biết hàm số } f(x) \text{ liên tục tại } x_0 = -2.$$

Số giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là

- A.** 3.      **B.** 2.      **C.** 1.      **D.** 0.

### DẠNG 3. LIÊN TỤC TRÊN KHOẢNG

#### Dạng 3.1 Xét tính liên tục trên khoảng của hàm số

**Câu 64.** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = x^3 - x$ .      B.  $y = \cot x$ .      C.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .      D.  $y = \sqrt{x^2 - 1}$ .

**Câu 65.** (PHAN ĐĂNG LƯU - HUẾ - LẦN 1 - 2018) Cho bốn hàm số  $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$ ,  $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ,  $f_3(x) = \cos x + 3$  và  $f_4(x) = \log_3 x$ . Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$  ?

- A. 1.      B. 3.      C. 4.      D. 2.

**Câu 66.** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $f(x) = \tan x + 5$ .      B.  $f(x) = \frac{x^2+3}{5-x}$ .      C.  $f(x) = \sqrt{x-6}$ .      D.  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$ .

**Câu 67.** Cho hàm số  $y = \begin{cases} -x^2 + x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .  
B. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
C. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$ ,  $(2; +\infty)$ .  
D. Hàm số gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .

**Câu 68.** Hàm số nào sau đây liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $f(x) = \sqrt{x}$ .      B.  $f(x) = x^4 - 4x^2$ .      C.  $f(x) = \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2}{x+1}}$ .      D.  $f(x) = \frac{x^4 - 4x^2}{x+1}$ .

**Câu 69.** (THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

. Khẳng định nào đúng

- A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn  $[0; 1]$ .  
B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 0$ .  
C. Hàm số liên tục tại mọi điểm thuộc  $\mathbb{R}$ .  
D. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 1$ .

**Câu 70. (THPT NGUYỄN HUỆ - NINH BÌNH - 2018)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}. \text{ Mệnh đề nào sau đây là đúng?}$$

- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 B. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .  
 C. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .  
 D. Hàm số gián đoạn tại  $x = \pm 1$ .

**Câu 71. (CHUYÊN VINH - LẦN 1 - 2018)** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = |x|$ .                      B.  $y = \frac{x}{x+1}$ .                      C.  $y = \sin x$ .                      D.  $y = \frac{x}{|x|+1}$ .

**Câu 72. (THPT CHUYÊN KHTN - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{neu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{neu } \cos x < 0 \end{cases}. \text{ Hỏi hàm số } f \text{ có tất cả bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng } (0; 2018)?$$

- A. 2018.                      B. 1009.                      C. 642.                      D. 321.

### Dạng 3.2 Bài toán chứa tham số

**Câu 73.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ mx + 1, & x = 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = -\frac{4}{3}$ .                      B.  $m = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $m = \frac{4}{3}$ .                      D.  $m = \frac{2}{3}$ .

**Câu 74. (KSCL LẦN 1 CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA\_2018-2019)** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x - 2}, & x \neq 2 \\ ax + 3, & x = 2 \end{cases}. \text{ Xác định } a \text{ để hàm số liên tục trên } \mathbb{R}.$$

- A.  $a = -1$ .                      B.  $a = \frac{1}{6}$ .                      C.  $a = \frac{4}{3}$ .                      D.  $a = -\frac{4}{3}$ .

**Câu 75.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m - 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = 2$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = -4$ .

**Câu 76. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019)** Tìm  $m$  để hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{khi } x < 2 \end{cases} \text{ liên tục trên } \mathbb{R} ?$$

- A.  $m = 2; m = 3.$       B.  $m = -2; m = -3.$       C.  $m = 1; m = 6.$       D.  $m = -1; m = -6.$

**Câu 77.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x+a-1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ . Tìm tất cả giá trị thực của  $a$  để hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $a = 1.$       B.  $a = 3.$       C.  $a = 4.$       D.  $a = 2.$

**Câu 78.** Cho biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-3x^2+2x}{x(x-2)} & \text{khi } x(x-2) \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0 \\ b & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Tính

- $T = a^2 + b^2.$
- A.  $T = 2.$       B.  $T = 122.$       C.  $T = 101.$       D.  $T = 145.$

**Câu 79.** (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 5) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số sau liên tục trên  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{khi } x > 1 \\ m.e^{x-1} + 1 - 2mx^2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

- A.  $m = 1.$       B.  $m = -1.$       C.  $m = \frac{1}{2}.$       D.  $m = 0.$

**Câu 80.** (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH - LẦN 4 - 2018) Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} m^2x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A. 0.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 81.** (THPT CHUYÊN VINH PHÚC - LẦN 4 - 2018) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = 1.$       B.  $m = 0.$       C.  $m = -1.$       D.  $m = -2.$

**Câu 82.** (THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018) Tìm  $P$  để hàm số  $y = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ 6Px-3 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $P = \frac{5}{6}.$       B.  $P = \frac{1}{2}.$       C.  $P = \frac{1}{6}.$       D.  $P = \frac{1}{3}.$

**Câu 83. (THPT TỨ KỲ - HẢI DƯƠNG - LẦN 2 - 2018)** Hàm số

$$f(x) = \begin{cases} ax+b+1, & \text{khi } x > 0 \\ a \cos x + b \sin x, & \text{khi } x \leq 0 \end{cases} \text{ liên tục trên } \mathbb{R} \text{ khi và chỉ khi}$$

- A.  $a-b=1$ . B.  $a-b=-1$ . C.  $a+b=1$  D.  $a+b=1$

**Câu 84. (THPT YÊN LẠC - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số  $y = \begin{cases} 3x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x+m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham

số. Tìm  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m=5$ . B.  $m=-1$ . C.  $m=3$ . D.  $m=-3$ .

**Câu 85. (THPT CHUYÊN BIÊN HÒA - HÀ NAM - 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$

$$\text{để hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1}-m & \text{khi } x \leq 0 \end{cases} \text{ liên tục trên } \mathbb{R}.$$

- A.  $m = \frac{3}{2}$ . B.  $m = \frac{1}{2}$ . C.  $m = -2$ . D.  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 86. (THPT GANG THẾP - LẦN 3 - 2018)** Cho hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ a & \text{khi } x = 3 \end{cases}. \text{ Tập các giá trị của } a \text{ để hàm số đã cho liên tục}$$

trên  $\mathbb{R}$  là:

- A.  $\left\{\frac{2}{5}\right\}$ . B.  $\left\{\frac{1}{5}\right\}$ . C.  $\{0\}$ . D.  $\left\{\frac{3}{5}\right\}$ .

**Câu 87. (SỞ GD&ĐT BÌNH THUẬN - 2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để

$$\text{hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases} \text{ liên tục trên } \mathbb{R}.$$

- A.  $m=8$  hoặc  $m=-\frac{7}{4}$ . B.  $m=\frac{7}{4}$ .  
C.  $m=-\frac{7}{4}$ . D.  $m=-8$  hoặc  $m=\frac{7}{4}$ .

**Câu 88. (PTNK CƠ SỞ 2 - TPHCM - LẦN 1 - 2018)** Nếu hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & \text{khi } x < -5 \\ x+17 & \text{khi } -5 \leq x \leq 10 \\ ax+b+10 & \text{khi } x > 10 \end{cases} \text{ liên tục trên } \mathbb{R} \text{ thì } a+b \text{ bằng}$$

- A.  $-1$ . B.  $0$ . C.  $1$ . D.  $2$ .

#### DẠNG 4. CHỨNG MINH PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM

- Câu 89.** Cho phương trình  $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$  (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau
- A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng  $(-2; 1)$ .  
 B. Phương trình (1) vô nghiệm.  
 C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng  $(0; 2)$ .  
 D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- Câu 90.** (THPT HẢI AN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$
- A.  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ .      B.  $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ .  
 C.  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .      D.  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$ .
- Câu 91.** (THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - GIA LAI - LẦN 2 - 2018) Cho phương trình  $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$  (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng  $(-1; 1)$ .  
 B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng  $(-1; 1)$ .  
 C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng  $(-1; 1)$ .  
 D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- Câu 92.** Phương trình  $3x^5 + 5x^3 + 10 = 0$  có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?
- A.  $(-2; -1)$ .      B.  $(-10; -2)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(-1; 0)$ .
- Câu 93.** Cho phương trình  $2x^3 - 8x - 1 = 0$  (1). Khẳng định nào **sai**?
- A. Phương trình không có nghiệm lớn hơn 3.  
 B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.  
 C. Phương trình có 2 nghiệm lớn hơn 2.  
 D. Phương trình có nghiệm trong khoảng  $(-5; -1)$ .
- Câu 94.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và thỏa mãn  $f(a) = b$ ,  $f(b) = a$  với  $a, b > 0$ ,  $a \neq b$ . Khi đó phương trình nào sau đây có nghiệm trên khoảng  $(a; b)$ .
- A.  $f(x) = 0$ .      B.  $f(x) = x$ .      C.  $f(x) = -x$ .      D.  $f(x) = a$ .
- Câu 95.** Cho số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$ . Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và trục  $Ox$  là
- A. 2.      B. 0.      C. 3.      D. 1.
- Câu 96.** (LÊ QUÝ ĐÔN - QUẢNG TRỊ - LẦN 1 - 2018) Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} a + c > b + 1 \\ a + b + c + 1 < 0 \end{cases}$ . Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và trục  $Ox$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.