

Chương 2

CHUYÊN ĐỀ 1 GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ

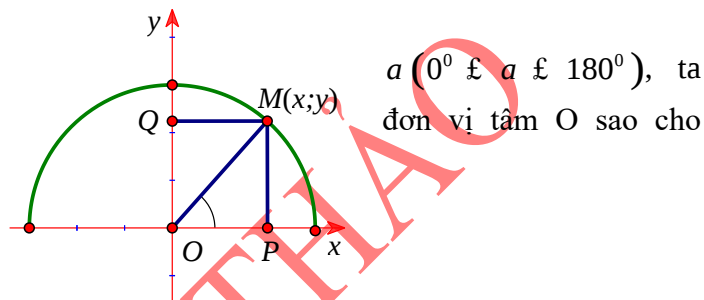
§1 GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ

TỪ 0° ĐẾN 180°

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Với mỗi góc a xác định điểm M trên nửa đường tròn $a = \widehat{xOM}$. Giả sử điểm M có tọa độ $(x; y)$. Khi đó:



Hình 2.1

$\sin a = y$; $\cos a = x$; $\tan a = \frac{y}{x}$ ($a \neq 90^\circ$); $\cot a = \frac{x}{y}$ ($a \neq 0^\circ, a \neq 180^\circ$) Các số $\sin a, \cos a, \tan a, \cot a$ được gọi là *giá trị lượng giác* của góc a .

Chú ý: Từ định nghĩa ta có:

- Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của M lên trục Ox, Oy khi đó $M(\overline{OP}; \overline{OQ})$.
- Với $0^\circ \leq a \leq 180^\circ$ ta có $0 \leq \sin a \leq 1$; $-1 \leq \cos a \leq 1$
- Dấu của giá trị lượng giác:

Góc a	0°	90°	180°
$\sin a$	+		+
$\cos a$	+		-
$\tan a$	+		-
$\cot a$	+		-

2. Tính chất

• Góc phụ nhau

$$\begin{aligned}\sin(90^\circ - a) &= \cos a \\ \cos(90^\circ - a) &= \sin a \\ \tan(90^\circ - a) &= \cot a \\ \cot(90^\circ - a) &= \tan a\end{aligned}$$

• Góc bù nhau

$$\begin{aligned}\sin(180^\circ - a) &= \sin a \\ \cos(180^\circ - a) &= -\cos a \\ \tan(180^\circ - a) &= -\tan a \\ \cot(180^\circ - a) &= -\cot a\end{aligned}$$

3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc a	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin a$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos a$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

$\tan a$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot a$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\parallel$

4. Các hệ thức lượng giác cơ bản

1) $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} (a \neq 90^\circ)$;

2) $\cot a = \frac{\cos a}{\sin a} (a \neq 0^\circ; 180^\circ)$

3) $\tan a \cdot \cot a = 1 (a \neq 0^\circ; 90^\circ; 180^\circ)$

4) $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

5) $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} (a \neq 90^\circ)$

6) $1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a} (a \neq 0^\circ; 180^\circ)$

Chứng minh:

- Hệ thức 1), 2) và 3) dễ dàng suy ra từ định nghĩa.

- Ta có $\sin a = \overline{OQ}$, $\cos a = \overline{OP}$

Suy ra $\sin^2 a + \cos^2 a = \overline{OQ}^2 + \overline{OP}^2 = OQ^2 + OP^2$

+ Nếu $a = 0^\circ$, $a = 90^\circ$ hoặc $a = 180^\circ$ thì dễ dàng thấy $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

+ Nếu $a \neq 0^\circ$, $a \neq 90^\circ$ và $a \neq 180^\circ$ khi đó theo định lý Pitago ta có

$$\sin^2 a + \cos^2 a = OQ^2 + OP^2 = OQ^2 + QM^2 = OM^2 = 1$$

Vậy ta có $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

Mặt khác $1 + \tan^2 a = 1 + \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{\cos^2 a + \sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{1}{\cos^2 a}$ suy ra được 5)

Tương tự $1 + \cot^2 a = 1 + \frac{\cos^2 a}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 a + \cos^2 a}{\sin^2 a} = \frac{1}{\sin^2 a}$ suy ra được 6)

B-BÀI TẬP

Câu 1. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\tan(180^\circ + a) = -\tan a$.

B. $\cos(180^\circ + a) = -\cos a$.

C. $\sin(180^\circ + a) = \sin a$.

D. $\cot(180^\circ + a) = -\cot a$.

Câu 2. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$.

D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Câu 3. Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin \alpha = \sin \beta$.

B. $\cos \alpha = -\cos \beta$.

C. $\tan \alpha = -\tan \beta$.

D. $\cot \alpha = \cot \beta$.

Câu 4. Cho góc α tù. Điều khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha > 0$.

C. $\tan \alpha > 0$.

D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 5. Điều khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\sin \alpha = -\sin(180^\circ - \alpha)$.

B. $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$.

C. $\tan \alpha = \tan(180^\circ - \alpha)$.

D. $\cot \alpha = \cot(180^\circ - \alpha)$.

Câu 6. Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin \alpha = \cos \beta$. B. $\tan \alpha = \cot \beta$. C. $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$. D. $\cos \alpha = -\sin \beta$.

Câu 7. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

- A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$

Câu 8. Bất đẳng thức nào dưới đây là **đúng**?

- A. $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ$. B. $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ$. C. $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ$. D. $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ$.

Câu 9. Giá trị của $\tan 45^\circ + \cot 135^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 0. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 10. Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 11. Giá trị của $E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin 126^\circ \cos 84^\circ$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. 1. D. -1.

Câu 12. Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$ là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 13. Giá trị của $\cos 60^\circ + \sin 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. 1

Câu 14. Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. 2.

Câu 15. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$. B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.
C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$. D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = 1$.

Câu 16. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$. B. $\cos 60^\circ = \sin 120^\circ$. C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$. D. $\sin 60^\circ = -\cos 120^\circ$.

Câu 17. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\sin 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$. B. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$.
C. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$. D. $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$.

Câu 18. Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\cos \alpha < \cos \beta$. B. $\sin \alpha < \sin \beta$. C. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$. D. $\cot \alpha > \cot \beta$.

Câu 19. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, góc B bằng 30° . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos C = \frac{1}{2}$. D. $\sin B = \frac{1}{2}$

Câu 20. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$. B. $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$. C. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. D. $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$.

Câu 21. Cho biết $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Giá trị của $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = a^2$. B. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2a$.
C. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1-a^2}{2}$. D. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{a^2-1}{2}$.

Câu 22. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$?

- A. $-\frac{19}{13}$. B. $\frac{19}{13}$. C. $\frac{25}{13}$. D. $-\frac{25}{13}$

Câu 23. Cho biết $\cot \alpha = 5$. Tính giá trị của $E = 2\cos^2 \alpha + 5\sin \alpha \cos \alpha + 1$?

- A. $\frac{10}{26}$. B. $\frac{100}{26}$. C. $\frac{50}{26}$. D. $\frac{101}{26}$.

Câu 24. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2, \forall x$. B. $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x, \forall x \neq 90^\circ$
C. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x, \forall x$. D. $\sin^6 x - \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x, \forall x$

Câu 25. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} (x \neq 0^\circ, x \neq 180^\circ)$.
B. $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x} (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ)$
C. $\tan^2 x + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} - 2 (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ)$
D. $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 2$.

Câu 26. Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$.
C. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$. D. $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$.

Câu 27. Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$. C. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$. D. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Câu 28. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\tan \alpha$?

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 29. Giá trị của biểu thức $A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 30. Tổng $\sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ$ bằng

- A. 21. B. 23. C. 22. D. 24.

Câu 31. Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

- A. $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$. B. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$. C. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$. D. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Câu 32. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Hỏi giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. -1. D. 0.

Câu 33. Biểu thức $f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ có giá trị bằng:

- A. 1. B. 2. C. -3. D. 0.

Câu 34. Biểu thức: $f(x) = \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. -1.

Câu 35. Biểu thức $\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng

- A. -1. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 36. Giá trị của $A = \tan 5^\circ \cdot \tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \cdot \tan 85^\circ$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 37. Chọn mệnh đề **đúng**?

- A. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2\cos^2 x$. B. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$.
C. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x$. D. $\sin^4 x - \cos^4 x = 2\cos^2 x - 1$.

Câu 38. Giá trị của $B = \cos^2 73^\circ + \cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ + \cos^2 17^\circ$ là

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. -2. D. 1.

Câu 39. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$ là:

- A. $-\frac{15}{13}$. B. -13 . C. $\frac{15}{13}$. D. 13 .

Câu 40. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3\tan \alpha}{2\cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{25}{3}$. B. $-\frac{11}{13}$. C. $-\frac{11}{3}$. D. $-\frac{25}{13}$.

Câu 41. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

- A. $m=9$. B. $m=3$. C. $m=-3$. D. $m=\pm 3$.

Câu 42. Biểu thức $(\cot a + \tan a)^2$ bằng

- A. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. B. $\cot^2 a + \tan^2 a$. C. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. D. $\cot^2 a \tan^2 a + 2$.

Câu 43. Rút gọn biểu thức sau $A = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$

- A. $A=4$. B. $A=1$. C. $A=2$. D. $A=3$

Câu 44. Đơn giản biểu thức $G = (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + 1 - \cot^2 x$.

- A. $\sin^2 x$. B. $\cos^2 x$. C. $\frac{1}{\cos x}$. D. $\cos x$.

Câu 45. Đơn giản biểu thức $E = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ ta được

- A. $\sin x$. B. $\frac{1}{\cos x}$. C. $\frac{1}{\sin x}$. D. $\cos x$.

Câu 46. Rút gọn biểu thức sau $A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x}$.

- A. $A=1$. B. $A=2$. C. $A=3$. D. $A=4$

Câu 47. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$.

- A. $\cot \alpha = 2$. B. $\cot \alpha = \sqrt{2}$. C. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. D. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 48. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $(\sin x \cos x)^2 = 12 \sin x \cos x$. B. $\sin^4 x + \cos^4 x = 12 \sin^2 x \cos^2 x$.
C. $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$. D. $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 \sin^2 x \cos^2 x$.

Câu 49. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ($\sin \alpha \neq 0$).
C. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = -1$ ($\sin \alpha \cdot \cos \alpha \neq 0$). D. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ($\cos \alpha \neq 0$).

Câu 50. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x}$ ta được

- A. $P = \frac{1}{2} \tan x$. B. $P = \frac{1}{2} \cot x$. C. $P = 2 \cot x$. D. $P = 2 \tan x$.

ĐÀO PHƯƠNG THẢO