

TÍCH PHÂN ĐỔI BIẾN SỐ

PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN ĐỔI BIẾN SỐ DẠNG 1

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $\alpha \leq u(x) \leq \beta$. Giả sử có thể viết $f(x) = g(u(x))u'(x)$, $x \in [a; b]$, với g liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]$. Khi đó, ta có

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du.$$

Dấu hiệu nhận biết và cách tính tích phân

	Dấu hiệu	Có thể đặt	Ví dụ
1	Có $\sqrt{f(x)}$	$t = \sqrt{f(x)}$	$I = \int_0^3 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+1}}$. Đặt $t = \sqrt{x+1}$
2	Có $(ax+b)^n$	$t = ax+b$	$I = \int_0^1 x(x+1)^{2016} dx$. Đặt $t = x+1$
3	Có $a^{f(x)}$	$t = f(x)$	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x + 3}}{\cos^2 x} dx$. Đặt $t = \tan x + 3$
4	Có $\frac{dx}{x}$ và $\ln x$	$t = \ln x$ hoặc biểu thức chứa $\ln x$	$I = \int_1^e \frac{\ln x dx}{x(\ln x + 1)}$. Đặt $t = \ln x + 1$
5	Có $e^x dx$	$t = e^x$ hoặc biểu thức chứa e^x	$I = \int_0^{\ln 2} e^{2x} \sqrt{3e^x + 1} dx$. Đặt $t = \sqrt{3e^x + 1}$
6	Có $\sin x dx$	$t = \cos x$	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$. Đặt $t = \sin x$
7	Có $\cos x dx$	$t = \sin x$	$I = \int_0^{\pi} \frac{\sin^3 x}{2 \cos x + 1} dx$. Đặt $t = 2 \cos x + 1$
8	Có $\frac{dx}{\cos^2 x}$	$t = \tan x$	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x) \frac{1}{\cos^2 x} dx$ Đặt $t = \tan x$
9	Có $\frac{dx}{\sin^2 x}$	$t = \cot x$	$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\cot x}}{1 - \cos 2x} dx = \int \frac{e^{\cot x}}{2 \sin^2 x} dx$. Đặt $t = \cot x$

BÀI TẬP

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a, b]$. Giả sử hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a, b]$ và $u(x) \in [\alpha, \beta] \forall x \in [a, b]$, hơn nữa $f(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha, \beta]$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng? $x = a$

A. $\int_a^b f[u(x)]u'(x)dx = \int_a^b f(u)du.$

B. $\int_{u(a)}^{u(b)} f[u(x)]u'(x)dx = \int_a^b f(u)du.$

C. $\int_a^b f[u(x)]u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u)du.$

D. $\int_a^b f[u(x)]u'(x)dx = \int_a^b f(x)du.$

HÀM ĐA THỨC VÀ HÀM HỮU TỈ

Câu 2: Tính tích phân $I = \int_1^3 x(x-1)^{1000} dx.$

A. $I = \frac{2003.2^{1002}}{1003002}.$

B. $I = \frac{1502.2^{1001}}{501501}.$

C. $I = \frac{3005.2^{1002}}{1003002}.$

D. $I = \frac{2003.2^{1001}}{501501}.$

Câu 3: Giá trị của tích phân $\int_0^{100} x(x-1)\dots(x-100)dx$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 100.

D. một giá trị khác.

Câu 4: Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}.$

B. $\ln \frac{7}{3}.$

C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}.$

D. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{7}.$

Câu 5: Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^5+x^3} = a \ln \frac{5}{8} + b.$ Khi đó $a+2b$ bằng

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{5}{4}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{5}{16}$

Câu 6: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^5 dx}{(1+x^2)^3}$ được kết quả $I = a \ln 2 - b.$ Giá trị $a+b$ là:

A. $\frac{3}{16}$

B. $\frac{13}{16}$

C. $\frac{14}{17}$

D. $\frac{4}{17}$

Câu 7: Tích phân $I = \int_{-1}^0 \frac{2x}{x^2+1} dx$ có giá trị là:

A. $I = \ln 3.$

B. $I = -\ln 2.$

C. $I = -\ln 3.$

D. $I = \ln 2.$

Câu 8: Cho $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx = \frac{1}{3} \ln a, a$ là các số hữu tỉ. Giá trị của a là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 9: Tích phân $I = \int_{-1}^0 \frac{ax}{ax^2+2} dx,$ với $a \neq -2$ có giá trị là:

A. $I = \frac{\ln 2 + \ln|a+2|}{2}.$

B. $I = \frac{\ln 2 - \ln|a+2|}{2}.$

C. $I = \frac{-\ln 2 - \ln|a+2|}{2}.$

D. $I = \frac{-\ln 2 + \ln|a+2|}{2}.$

Câu 10: Giả sử $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$. Tính giá trị biểu thức $S = -2a + b + 3c^2$.

A. $S = 3$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = -2$.

Câu 11: Biết $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 1} dx = a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b^2$.

A. 13. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 10.

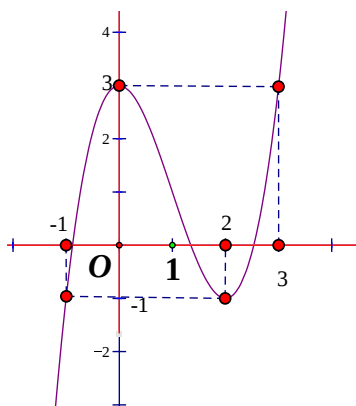
Câu 12: Tính $I = \int_a^b \frac{a - x^2}{(a + x^2)^2} dx$ (với a, b là các số thực dương cho trước).

A. $I = \frac{2b}{a^2 + b^2}$. **B.** $I = \frac{b}{a + b^2}$. **C.** $I = \frac{(a-1)(b-1)}{(a+b^2)(a+1)}$. **D.** $I = \frac{b}{a^2 + b}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hình bên. Tính tích phân $I = \int_1^2 f'(2x-1) dx$.



A. $I = -2$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 2$.

HÀM VÔ TỈ

Câu 15: Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào sau đây?

A. $3 \int_0^1 t dt$. **B.** $\int_0^1 t^3 dt$. **C.** $3 \int_0^1 t^2 dt$. **D.** $3 \int_0^1 t^3 dt$.

- Câu 16:** Trong các tích phân sau, tích phân nào có cùng giá trị với $I = \int_1^2 x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$
- A. $\frac{1}{2} \int_1^2 t \sqrt{t-1} dt$. B. $\int_1^4 t \sqrt{t-1} dt$ C. $\int_0^{\sqrt{3}} (t^2 + 1) t^2 dt$. D. $\int_1^{\sqrt{3}} (x^2 + 1) x^2 dx$.
- Câu 17:** Nếu $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 f(t) dt$, với $t = \sqrt{1+x}$ thì $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây ?
- A. $f(t) = 2t^2 + 2t$ B. $f(t) = t^2 - t$ C. $f(t) = t^2 + t$ D. $f(t) = 2t^2 - 2t$
- Câu 18:** Kết quả của $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$ bằng
- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.
- Câu 19:** Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng
- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 20:** Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a + b + c$ bằng
- A. 1. B. 2. C. 7. D. 9.
- Câu 21:** Biết $I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}-5} dx = a + b \ln 2$ với a, b là số nguyên. Tính $S = a + b$.
- A. $S = 3$. B. $S = -3$. C. $S = 5$. D. $S = 7$.
- Câu 22:** Tính tích phân $\int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I = a \ln 3 + b \ln 5$. Giá trị $a^2 + ab + 3b^2$ là
- A. 4. B. 5. C. 1. D. 0.
- Câu 23:** Cho tích phân $I = \int_0^4 \frac{dx}{3 + \sqrt{2x+1}} = a + b \ln \frac{2}{3}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a - b = 3$. B. $a - b = 5$. C. $a + b = 5$. D. $a + b = 3$.
- Câu 24:** Biết $\int_1^{\sqrt{3}} x \sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{2}{3} (a - \sqrt{b})$, với a, b là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây đúng.
- A. $a = 2b$. B. $a < b$. C. $a = b$. D. $a = 3b$.
- Câu 25:** Cho $I = \int_{\sqrt{5}}^a \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$, ($a > \sqrt{5}$). Khi đó giá trị của số thực a là
- A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 26:** Cho $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = a\sqrt{2} + b$. Giá trị $a.b$ là:

A. - 1.

B. - 2.

C. 1.

D. 2.

Câu 27: Với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Đặt $I = \int_1^2 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx = a - \ln \frac{b}{c}$. Giá trị của tích abc là :

A. $\sqrt{3}$

B. $-2\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $-\sqrt{3}$

Câu 28: Cho $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx = a - \sqrt{b} + \ln \frac{c+\sqrt{d}}{\sqrt{e}}$ với c nguyên dương và a, b, c, d, e là các số nguyên tố. Giá trị của biểu thức $a+b+c+d+e$ bằng.

A. 14.

B. 17.

C. 10.

D. 24.

Câu 29: Giá trị của $I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$ được viết dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương). Khi đó giá trị của $a-7b$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -1.

Câu 30: Giả sử $I = \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là số nguyên. Tính giá trị $a-b$.

A. -17.

B. 5.

C. -5.

D. 17.

Câu 31: Giả sử $\int_1^2 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx = \frac{1}{c} \left(a\sqrt{a} - \frac{b}{b+c} \sqrt{b} \right)$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^+$; $1 \leq a, b, c \leq 9$. Tính giá trị của biểu thức C_{2a+c}^{b-a} .

A. 165.

B. 715.

C. 5456.

D. 35.

Câu 32: Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2+1}} dt > 0$ (ẩn x) là:

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 33: Cho biết $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản. Tính $m-7n$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 91.

Câu 34: Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2-1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ với a, b, c là các số hữu tỷ, tính $P = a + 2b + c - 7$.

A. $-\frac{1}{9}$.

B. $\frac{86}{27}$.

C. -2.

D. $\frac{67}{27}$.

Câu 35: Biết $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x+1} + (x+1)\sqrt{x}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 44$.

B. $P = 42$.

C. $P = 46$.

D. $P = 48$.

- Câu 36:** Giả sử a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $\int_0^4 \frac{2x^2 + 4x + 1}{\sqrt{2x+1}} dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (au^4 + bu^2 + c) du$, trong đó $u = \sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S = a + b + c$.
- A. $S = 3$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = 2$.
- Câu 37:** Tích phân $I = \int_0^1 \frac{a^2 x^3 + ax}{\sqrt{ax^2 + 1}} dx$, với $a \geq 0$ có giá trị là:
- A. $I = \frac{a(a-2)}{4}$. B. $I = \frac{a(a-2)}{2}$. C. $I = \frac{a(a+2)}{4}$. D. $I = \frac{a(a+2)}{2}$.
- Câu 38:** Tích phân $I = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}} dx$ có giá trị là:
- A. $I = -\ln \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$. B. $I = -\ln \frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$. C. $I = \ln \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$. D. $I = \ln \frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 39:** Tích phân $I = \int_0^1 \frac{a}{\sqrt{3x^2 + 12}} dx$ có giá trị là:
- A. $I = \frac{a}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right|$. B. $I = -\frac{a}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right|$.
- C. $I = -\frac{a}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right|$. D. $I = \frac{a}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right|$.
- Câu 40:** Tích phân $I = \int_1^2 \frac{ax-2}{\sqrt{ax^2-4x}} dx = 2\sqrt{3}-1$. Giá trị nguyên của a là:
- A. $a = 5$. B. $a = 6$. C. $a = 7$. D. $a = 8$.
- Câu 41:** Cho $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx = \ln \frac{2+\sqrt{a}}{1+\sqrt{b}}$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị $\frac{a}{b}$ là:
- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 42:** Tích phân $I = \int_0^{\sqrt[3]{7}} \frac{3x^5}{\sqrt[3]{8-x^3}} dx$ có giá trị là:
- A. $I = \frac{87}{5}$. B. $I = \frac{67}{5}$. C. $I = \frac{77}{5}$. D. $I = \frac{57}{5}$.
- Câu 43:** Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1} dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a + b \ln 2 + c \ln \frac{5}{3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính $T = 2a + b + c$.
- A. $T = 4$. B. $T = 2$. C. $T = 1$. D. $T = 3$.

Câu 44: Biết $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x+\sqrt{1+x^2}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c + \frac{1}{2} \ln(3\sqrt{2}-3)$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = -1$. C. $P = -\frac{1}{2}$. D. $P = \frac{5}{2}$.

Câu 45: Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+3}} = 2 \ln \left(\frac{2+\sqrt{a}}{1+\sqrt{b}} \right)$ với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 3. B. 5. C. 9. D. 7.

Câu 46: Biết $\int_1^2 \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{x^8} - \frac{1}{x^{11}}} \right) dx = \frac{a}{b} \sqrt[3]{c}$, với a, b, c nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản và $c < a$. Tính $S = a + b + c$

A. $S = 51$. B. $S = 67$. C. $S = 39$. D. $S = 75$.

Câu 47: Cho số thực dương $k > 0$ thỏa $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2+k}} = \ln(2+\sqrt{5})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $k > \frac{3}{2}$. B. $0 < k \leq \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2} < k \leq 1$. D. $1 < k \leq \frac{3}{2}$.

HÀM LƯỢNG GIÁC

Câu 48: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$. B. $\int_0^1 \cos(1-x) dx = -\int_0^1 \cos x dx$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 49: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$.

A. $I = \frac{5}{2}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{\pi}{3} + \frac{9}{20}$. D. $I = \frac{9}{4}$.

Câu 50: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx = \ln a - \frac{b}{8}$. Chọn mệnh đề **đúng**:

A. $a + b = 4$ B. $a - b = 2$ C. $ab = 6$ D. $a^b = 4$

Câu 51: Biết rằng $I_1 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{1}{1+\cos 2x} dx = a$ và $I = \int_{-1}^0 \sqrt[3]{x+2} dx = b\sqrt[3]{2} - \frac{3}{4}$, a và b là các số hữu tỉ. Thương

số giữa a và b có giá trị là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 52: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{a}} \frac{\cos 2x}{1 + 2 \sin 2x} dx = \frac{1}{4} \ln 3$. Tìm giá trị của a là:

A. 3

B. 2

C. 4

D. 6

Câu 53: Biết $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x) dx = a$ và $I_2 = \int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx = \left(bx^3 + cx^{\frac{1}{3}} \right) \Big|_0^1$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 54: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin 2x}{\cos x + \cos 3x} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2} + \ln \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)$.

B. $I = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2} - \ln \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \right)$.

C. $I = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2} - \ln \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)$.

D. $I = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-2} - \ln \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)$.

Câu 55: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2x + \cos x}{x^2 + \sin x} dx$ có giá trị là:

A. $I = \ln \left(\frac{\pi^2}{4} - 1 \right) - \ln \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

B. $I = \ln \left(\frac{\pi^2}{4} + 1 \right) - \ln \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

C. $I = \ln \left(\frac{\pi^2}{4} - 1 \right) + \ln \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

D. $I = \ln \left(\frac{\pi^2}{4} + 1 \right) + \ln \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

Câu 56: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \ln(\tan x + 1) dx = a\pi + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $T = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - c$.

A. $T = 2$.

B. $T = 4$.

C. $T = 6$.

D. $T = -4$.

Câu 57: Xét tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos x}} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1 + \cos x}$, khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $I = \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{4t^3 - 4t}{t} dt$.

B. $I = \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{-4t^3 + 4t}{t} dt$.

C. $I = 4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt$.

D.

$I = -4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt$.

Câu 58: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cdot \cos x dx = \frac{1}{64} (n \in \mathbb{N})$. Tìm giá trị n .

A. $n = 3$.

B. $n = 4$.

C. $n = 5$.

D. $n = 6$.

Câu 59: Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a + b = 0$.

B. $a - 2b = 0$.

C. $2a - b = 0$.

D. $a + 2b = 0$.

Câu 60: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \sin x}{(e^x \cos x + 1) \cos x} dx$ có giá trị là:

A. $I = \ln \left| \frac{e^{\frac{\pi}{3}} \left(e^{\frac{\pi}{3}} + 2 \right)}{e^{\frac{2\pi}{3}} - 2} \right|$.

B. $I = \ln \left| \frac{e^{\frac{\pi}{3}} \left(e^{\frac{\pi}{3}} - 2 \right)}{e^{\frac{2\pi}{3}} - 2} \right|$.

C. $I = \ln \left| \frac{e^{\frac{\pi}{3}} \left(e^{\frac{\pi}{3}} + 2 \right)}{e^{\frac{2\pi}{3}} + 2} \right|$.

D. $I = \ln \left| \frac{e^{\frac{\pi}{3}} \left(e^{\frac{\pi}{3}} - 2 \right)}{e^{\frac{2\pi}{3}} + 2} \right|$.

Câu 61: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{19 + 17\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

B. $I = \frac{19 + 17\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$.

C. $I = \frac{-19 + 17\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

D. $I = \frac{19 - 17\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$.

Câu 62: Tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{(\cos x + \sqrt{3} \sin x)^2} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{\sqrt{3}}{16} \ln \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{-\sqrt{3} + 2} \right) + \frac{3}{8}$.

B. $I = \frac{\sqrt{3}}{8} \ln \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{-\sqrt{3} + 2} \right) + \frac{3}{8}$.

C. $I = -\frac{\sqrt{3}}{8} \ln \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{-\sqrt{3} + 2} \right) + \frac{3}{8}$.

D. $I = -\frac{\sqrt{3}}{16} \ln \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{-\sqrt{3} + 2} \right) + \frac{3}{8}$.

Câu 63: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{9 \cos^2 x - \sin^2 x} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{1}{3} \ln 2$.

B. $I = \frac{1}{2} \ln 2$.

C. $I = \frac{1}{6} \ln 2$.

D. $I = \ln 2$.

Câu 64: Tích phân $I = \int_0^a \frac{\sin x + \cos x}{(\sin x - \cos x)^2} dx = \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$. Giá trị của a là:

- A. $a = -\frac{\pi}{2}$. B. $a = -\frac{\pi}{4}$. C. $a = \frac{\pi}{3}$. D. $a = \frac{\pi}{6}$.

Câu 65: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ có giá trị là:

- A. $I = \frac{\pi}{12} + \ln(\sqrt{3}+1)$. B. $I = \frac{\pi}{12} + \ln \frac{\sqrt{3}+1}{4}$.
C. $I = \frac{\pi}{12} - \frac{\ln\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)}{2}$. D. $I = \frac{\pi}{12} + \ln \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Câu 66: Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + b \ln 2$ với a và b là các số hữu tỉ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 67: Biết $\int_0^{\pi} \frac{x \sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx = \frac{\pi^a}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính $P = 2a + b$.

- A. $P = 8$. B. $P = 10$. C. $P = 6$. D. $P = 12$.

Câu 68: Cho tích phân $I = \int_0^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2}}$ (với $\alpha > 1$) thì giá trị của I bằng:

- A. 2. B. $\frac{\alpha}{2}$. C. 2α . D. $\frac{2}{\alpha}$.

Câu 69: Có bao nhiêu giá trị của tham số m trong khoảng $(0; 6\pi)$ thỏa mãn $\int_0^m \frac{\sin x}{5 + 4 \cos x} dx = \frac{1}{2}$?

- A. 6. B. 12. C. 8. D. 4.

Câu 70: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = 3$. D. $S = 0$.

Câu 71: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + (2x + \cos x) \cos x + 1 - \sin x}{x + \cos x} dx = a\pi^2 + b - \ln \frac{c}{\pi}$ với a, b, c là các số

hữu tỉ. Tính giá trị của biểu thức $P = ac^3 + b$.

- A.** $P = 3$. **B.** $P = \frac{5}{4}$. **C.** $P = \frac{3}{2}$. **D.** $P = 2$.

Câu 72: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\cos x)^2 - 5 \cos x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, với a, b là các số hữu tỉ, $c > 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A.** $S = 3$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 4$.

Câu 73: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 \cos 2x + 3 \sin 2x) \ln(\cos x + 2 \sin x) dx = c \ln 2 - \frac{a}{b}$, trong đó $a, b, c \in \mathbb{Q}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.

- A.** $T = 9$. **B.** $T = -11$. **C.** $T = 5$. **D.** $T = 7$.

Câu 74: Biết $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^6}+x^3} dx = \frac{\pi^3}{a} + \frac{\sqrt{3}\pi^2}{b} + c\pi + d\sqrt{3}$ với a, b, c, d là các số nguyên. Tính $a + b + c + d$.

- A.** $a + b + c + d = 28$. **B.** $a + b + c + d = 16$. **C.** $a + b + c + d = 14$. **D.** $a + b + c + d = 22$.

Câu 75: Biết $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x \cos x}{\sqrt{1+x^2}+x} dx = a + \frac{\pi^2}{b} + \frac{\sqrt{3}\pi}{c}$ với a, b, c, d là các số nguyên. Tính $M = a - b + c$.

- A.** $M = 35$. **B.** $M = 41$. **C.** $M = -37$. **D.** $M = -35$.

Câu 76: Cho $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = 2018$ và $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos 2x \cdot f(\sin 2x) dx$.

- A.** $I = \frac{1009}{2}$. **B.** $I = 1009$. **C.** $I = 4036$. **D.** $I = 2018$.

Câu 77: Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x) dx = 7$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx$.

- A.** 1. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 78: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = 12$, $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} f(2 \cos x) \sin x dx$ bằng

- A.** -12. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 79: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\pi/2} f(\sin x) \cos x dx = 2$.

Tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A.** $I = 2$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 10$.

HÀM MŨ – LÔGARIT

Câu 80: Cho $I = \int_0^1 x e^{1-x^2} dx$. Biết rằng $I = \frac{ae-b}{2}$. Khi đó, $a+b$ bằng

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 81: Nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x \cdot e^{\sin^2 x}$ là

- A.** $\sin^2 x \cdot e^{\sin^2 x - 1} + C$. **B.** $\frac{e^{\sin^2 x + 1}}{\sin^2 x + 1} + C$. **C.** $e^{\sin^2 x} + C$. **D.** $\frac{e^{\sin^2 x - 1}}{\sin^2 x - 1} + C$.

Câu 82: Biết rằng $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5}e^2 + \frac{b}{3}e + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

- A.** $T = 6$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 10$. **D.** $T = 5$.

Câu 83: Tích phân $I = \int_{\ln 5}^{\ln 12} \sqrt{e^x + 4} dx$ có giá trị là:

- A.** $I = 2 - \ln 3 + \ln 5$. **B.** $I = 2 - 2 \ln 3 + 2 \ln 5$.
C. $I = 2 - 2 \ln 3 + \ln 5$. **D.** $I = 2 - \ln 3 - 2 \ln 5$.

Câu 84: Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m sao cho $\int_0^m x e^{\sqrt{x^2+1}} dx = 2^{500} \cdot e^{\sqrt{m^2+1}}$.

- A.** $m = 2^{250} \sqrt{2^{500} - 2}$. **B.** $m = \sqrt{2^{1000} + 1}$. **C.** $m = 2^{250} \sqrt{2^{500} + 2}$. **D.** $m = \sqrt{2^{1000} - 1}$.

Câu 85: Cho $\int_0^3 e^{\sqrt{x+1}} \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = a \cdot e^2 + b \cdot e + c$. Với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A.** $S = 1$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = 4$.

Câu 86: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin x \cos^3 x dx$. Nếu đổi biến số $t = \sin^2 x$ thì:

- A.** $I = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 t e^t dt \right]$. **B.** $I = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt - \int_0^1 t e^t dt \right]$.
C. $I = 2 \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 t e^t dt \right]$. **D.** $I = 2 \left[\int_0^1 e^t dt - \int_0^1 t e^t dt \right]$.

Câu 87: Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_n^{n+1} \frac{dx}{1+e^x}$.

- A. -1. B. 1. C. e . D. 0.

Câu 88: Tính tích phân $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2016}}{e^x + 1} dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = \frac{2^{2018}}{2017}$. C. $I = \frac{2^{2017}}{2017}$. D. $I = \frac{2^{2018}}{2018}$.

Câu 89: Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a}{b} \cdot e + c$ với a, c là các số nguyên, b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b + c$.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. -3.

Câu 90: Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x + 3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = -1$. B. $T = 0$. C. $T = 2$. D. $T = 1$.

Câu 91: Giá trị $I = \int_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}} x^2 \sin(\pi x^3) e^{\cos(\pi x^3)} dx$ gần bằng số nào nhất trong các số sau đây:

- A. 0,046. B. 0,036. C. 0,037. D. 0,038.

Câu 92: Cho $\int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx = a \cdot e + b \ln(e + c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a + 2b - c$.

- A. $P = 1$. B. $P = -1$. C. $P = 0$. D. $P = -2$.

Câu 93: Biết $\int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = ae - b - \ln \frac{ae + c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

- A. $S = 10$. B. $S = 0$. C. $S = 5$. D. $S = 9$.

Câu 94: $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + ex^3 \cdot 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{m} + \frac{1}{e \ln n} \ln \left(p + \frac{e}{e + \pi} \right)$ với m, n, p là các số nguyên dương. Tính tổng $S = m + n + p$.

- A. $S = 6$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 8$.

Câu 95: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}, a \neq 0$) có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 . Tính tích phân $I = \int_{x_1}^{x_2} (2ax + b) e^{ax^2 + bx + c} dx$.

- A. $I = x_1 - x_2$. B. $I = \frac{x_1 - x_2}{4}$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{x_1 - x_2}{2}$.

Câu 96: Với cách đổi biến $u = \sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx$ trở thành

- A. $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. B. $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. C. $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du$. D. $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du$.

Câu 97: Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a.e + b\ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 98: Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $I = \frac{2}{9} t^3 \Big|_1^2$. B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. C. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$. D. $I = \frac{14}{9}$.

Câu 99: Biết $\int_1^2 \frac{(3x+1)}{3x^2 + x\ln x} dx = \ln\left(a + \frac{\ln b}{c}\right)$ với a, b, c là các số nguyên dương và $c \leq 4$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 7. D. 8.

Câu 100: Biết $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)} dx = a \ln \frac{3}{2} + b, (a, b \in \mathbb{Q})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a - b = 1$. B. $2a + b = 1$. C. $a^2 + b^2 = 4$. D. $a + 2b = 0$.

Câu 101: Tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x (2\sqrt{\ln^2 x + 1} + 1)}{x} dx$ có giá trị là:

- A. $I = \frac{4\sqrt{2}+3}{3}$. B. $I = \frac{4\sqrt{2}+1}{3}$. C. $I = \frac{4\sqrt{2}+5}{3}$. D. $I = \frac{4\sqrt{2}-3}{3}$.

Câu 102: Tích phân $I = \int_1^e x(\ln^2 x + \ln x) dx$ có giá trị là:

- A. $I = -2e$. B. $I = -e$. C. $I = e$. D. $I = 2e$.

Câu 103: Biết $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{\ln^3 x + 3x} \left(\ln^2 x + \frac{1}{3}x \right)}{x} dx = \frac{2}{9} \left(\sqrt{1+ae+27e^2+27e^3} - 3\sqrt{3} \right)$, a là các số hữu tỉ. Giá trị của a là:

- A. 9. B. -6. C. -9. D. 6.

Câu 104: Tích phân $I = \int_1^e \frac{2\ln x \sqrt{\ln^2 x + 1}}{x} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{4\sqrt{2}-2}{3}.$

B. $I = \frac{4\sqrt{2}+2}{3}.$

C. $I = \frac{2\sqrt{2}-2}{3}.$

D. $I = \frac{2\sqrt{2}+2}{3}.$

Câu 105: Tính $I = \int_e^{e^2} \frac{(1-\ln x)^2}{x} dx$ được kết quả là

A. $\frac{13}{3}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{5}{3}.$

D. $\frac{4}{3}.$

Câu 106: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t^2 dt.$

B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt.$

C. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt.$

D. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt.$

Câu 107: Biết $\int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx = \frac{a-b\sqrt{c}}{3}$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $c < 4$. Tính giá trị

$S = a + b + c.$

A. $S = 13.$

B. $S = 28.$

C. $S = 25.$

D. $S = 16.$

Câu 108: Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a > 0, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2ab = -1.$

B. $2ab = 1.$

C. $-b + \ln \frac{3}{2a} = -\frac{1}{3}.$

D. $-b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}.$

Câu 109: Biết $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+x\ln x} dx = \ln(\ln a + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b^2 + ab$.

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 6.

Câu 110: Cho tích phân $I = \int_e^{e^2} \frac{(x^2+1)\ln x + 1}{x \ln x} dx = \frac{ae^4 + be^2}{2} + c + d \ln 2$. Chọn phát biểu **đúng nhất**:

A. $a = b = c = d$

B. $a = b^2 = \sqrt{c} = \frac{1}{d}$

C. A và B đúng

D. A và B sai

Câu 111: Tính tích phân $I = \int_0^{2018} \frac{\ln(1+2^x)}{(1+2^{-x})\log_4 e} dx.$

A. $I = \ln(1+2^{2018}) - \ln 2.$

B. $I = \ln^2(1+2^{2018}) - \ln^2 2.$

C. $I = \ln^2(1+2^{2018}) - \ln 4.$

D. $I = \ln^2(1+2^{-2018}) - \ln^2 2.$

Câu 112: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_0^1 f(x) dx = 1.$

B. $\int_0^1 f(x) dx = e.$

C. $\int_0^e f(x) dx = 1.$

D. $\int_0^e f(x) dx = e.$

Câu 113: Biết $\int_e^{e^4} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

A. $I = 8.$

B. $I = 16.$

C. $I = 2.$

D. $I = 4.$

PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN ĐỔI BIẾN SỐ DẠNG 2

Cho hàm số f liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$. Giả sử hàm số $x = \varphi(t)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]^{(*)}$ sao cho $\varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b$ và $a \leq \varphi(t) \leq b$ với mọi $t \in [\alpha; \beta]$. Khi đó:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt.$$

Một số phương pháp đổi biến: Nếu biểu thức dưới dấu tích phân có dạng

1. $\sqrt{a^2 - x^2}$: đặt $x = |a| \sin t$; $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

2. $\sqrt{x^2 - a^2}$: đặt $x = \frac{|a|}{\sin t}$; $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$

3. $\sqrt{x^2 + a^2}$: $x = |a| \tan t$; $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

4. $\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ hoặc $\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$: đặt $x = a \cos 2t$

Lưu ý: Chỉ nên sử dụng phép đặt này khi các dấu hiệu 1, 2, 3 đi với x mũ chẵn. Ví dụ, để tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$ thì phải đổi biến dạng 2 còn với tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$ thì nên đổi biến dạng 1.

Câu 114: Khi tính $I = \int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$, bằng phép đặt $x = 2 \sin t$, thì được

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2(1 + \cos 2t) dt.$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2(1 - \cos 2t) dt.$

C. $\int_0^2 4 \cos^2 t dt.$

D. $\int_0^2 2 \cos^2 t dt.$

Câu 115: Biết rằng $\int_{-1}^1 \sqrt{4 - x^2} dx = \frac{2\pi}{3} + a$. Khi đó a bằng:

A. $\sqrt{2}.$

B. 1.

C. $\sqrt{3}.$

D. 2.

Câu 116: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = a\pi$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của a là:

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{1}{4}.$

D. $\frac{1}{6}.$

Câu 117: Giá trị của $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx = \frac{a}{b} \pi$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = ab$.

A. $T = 35$. B. $T = 24$. C. $T = 12$. D. $T = 36$.

Câu 118: Đổi biến $x = 2 \sin t$ thì tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} t dt$. C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

Câu 119: Biết rằng $\int_4^{a+\sqrt{b}} \frac{1}{\sqrt{-x^2+6x-5}} dx = \frac{\pi}{6}$ trong đó a, b là các số nguyên dương và $4 < a + \sqrt{b} < 5$. Tổng $a + b$ bằng

A. 5. B. 7. C. 4. D. 6.

Câu 120: Tích phân $I = \int_{\frac{5}{2}}^3 \sqrt{(x-1)(3-x)} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $I = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $I = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}$. D. $I = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 121: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{3+4x}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{7\pi}{6} - 4\sqrt{3} + 8$. B. $I = \frac{7\pi}{6} - 4\sqrt{3} - 8$.
C. $I = \frac{7\pi}{6} + 4\sqrt{3} - 8$. D. $I = \frac{7\pi}{6} + 4\sqrt{3} + 8$.

Câu 122: Tích phân $I = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \frac{4x-3}{\sqrt{5+4x-x^2}} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{5\pi}{3}$. B. $I = \frac{5\pi}{6}$. C. $I = -\frac{5\pi}{3}$. D. $I = -\frac{5\pi}{6}$.

Câu 123: Cho $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-2x\sqrt{1-x^2}} dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị $a + b$ gần nhất với

A. $\frac{1}{10}$ B. 1 C. $\frac{1}{5}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 124: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$ có giá trị là:

A. $I = \frac{\pi}{2}$.

B. $I = \frac{\pi}{3}$.

C. $I = \frac{\pi}{4}$.

D. $I = \frac{\pi}{6}$.

Câu 125: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\tan x) = \cos^4 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

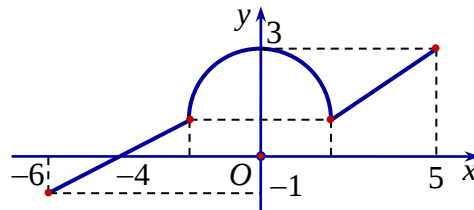
A. $\frac{\pi+2}{8}$.

B. 1.

C. $\frac{2+\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 126: Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6;5]$, có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính giá trị $I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx$.



A. $I = 2\pi + 35$.

B. $I = 2\pi + 34$.

C. $I = 2\pi + 33$. D. $I = 2\pi + 32$.

Câu 127: Khi đổi biến $x = \sqrt{3} \tan t$, tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 3}$ trở thành tích phân nào?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3} dt$.

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}}{3} dt$

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{3} t dt$.

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$.

