

DÃY SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Phương pháp quy nạp toán học

Để chứng minh mệnh đề chứa biến $A(n)$ là một mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên dương n , ta thực hiện như sau:

- Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với $n = 1$.
- Bước 2: Giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương $n = k$ tùy ý ($k \geq 1$), chứng minh rằng mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

Chú ý: Nếu phải chứng minh mệnh đề $A(n)$ là đúng với mọi số nguyên dương $n \geq p$ thì:

- + Ở bước 1, ta phải kiểm tra mệnh đề đúng với $n = p$;
- + Ở bước 2, ta giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương bất kì $n = k \geq p$ và phải chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

2. Dãy số

$$u : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto u(n)$$

Dạng khai triển: $(u_n) = u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$

3. Dãy số tăng, dãy số giảm

- (u_n) là dãy số tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0).$$

- (u_n) là dãy số giảm $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0).$$

4. Dãy số bị chặn

- (u_n) là dãy số bị chặn trên $\Leftrightarrow \exists M \in \mathbb{R}: u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn dưới $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R}: u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn $\Leftrightarrow \exists m, M \in \mathbb{R}: m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ

Câu 1: Cho dãy số có 4 số hạng đầu là: $-1, 3, 19, 53$. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10} = 97$

B. $u_{10} = 71$

C. $u_{10} = 1414$

D. $u_{10} = 971$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a : hằng số). u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

$$\text{A. } u_{n+1} = \frac{a.(n+1)^2}{n+2}. \quad \text{B. } u_{n+1} = \frac{a.(n+1)^2}{n+1}. \quad \text{C. } u_{n+1} = \frac{a.n^2+1}{n+1}. \quad \text{D.}$$

$$u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}.$$

Câu 3: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5;10;15; 20; 25;... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

$$\text{A. } u_n = 5(n-1). \quad \text{B. } u_n = 5n. \quad \text{C. } u_n = 5+n. \quad \text{D. } u_n = 5.n+1$$

Câu 4: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 8,15, 22, 29, 36,...Số hạng tổng quát của dãy số này là:

$$\text{A. } u_n = 7n+7. \quad \text{B. } u_n = 7.n. \\ \text{C. } u_n = 7.n+1. \quad \text{D. } u_n : \text{Không viết được dưới dạng công}$$

thức.

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:

$$\text{A. } u_n = \frac{n+1}{n}. \quad \text{B. } u_n = \frac{n}{n+1}. \quad \text{C. } u_n = \frac{n-1}{n}. \quad \text{D. } u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$$

Câu 6: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 0,1;0,01;0,001;0,0001;... . Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

$$\text{A. } u_n = \underbrace{0,00\dots01}_{n \text{ chố số } 0}. \quad \text{B. } u_n = \underbrace{0,00\dots01}_{n-1 \text{ chố số } 0}. \quad \text{C. } u_n = \frac{1}{10^{n-1}}. \quad \text{D. } u_n = \frac{1}{10^{n+1}}.$$

Câu 7: Cho dãy số có các số hạng đầu là: -1;1;-1;1;-1;...Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

$$\text{A. } u_n = 1. \quad \text{B. } u_n = -1. \quad \text{C. } u_n = (-1)^n. \quad \text{D.}$$

$$u_n = (-1)^{n+1}.$$

Câu 8: Cho dãy số có các số hạng đầu là: -2;0;2;4;6;...Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

$$\text{A. } u_n = -2n. \quad \text{B. } u_n = (-2)+n. \\ \text{C. } u_n = (-2)(n+1). \quad \text{D. } u_n = (-2)+2(n-1).$$

Câu 9: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$.Số hạng tổng quát của dãy số này là?

$$\text{A. } u_n = \frac{1}{3} \frac{1}{3^{n+1}}. \quad \text{B. } u_n = \frac{1}{3^{n+1}}. \quad \text{C. } u_n = \frac{1}{3^n}. \quad \text{D. } u_n = \frac{1}{3^{n-1}}.$$

Câu 10: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

$$\text{A. } u_n = \frac{(n-1)n}{2}. \quad \text{B. } u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}.$$

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}.$

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}.$

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n.$

B. $u_n = 1 - n.$

C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}.$

D. $u_n = n.$

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n.$

B. u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n.$

D. $u_n = -n$ với mọi n .

Câu 13: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$

B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}.$

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}.$

D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}.$

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2.$

B. $u_n = 2 + n^2.$

C. $u_n = 2 + (n+1)^2.$

D.

$u_n = 2 - (n-1)^2.$

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}.$

B. $u_n = \frac{n+1}{n}.$

C. $u_n = -\frac{n+1}{n}.$

D.

$u_n = -\frac{n}{n+1}.$

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.**

$u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.**

$u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này :

A. $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Câu 19 : Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$. **B.** $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \frac{-1}{2^n}$. **D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Viết năm số hạng đầu của dãy;

A. $\frac{11}{2}; \frac{17}{3}; \frac{25}{4}; 7; \frac{47}{6}$ **B.** $\frac{13}{2}; \frac{17}{3}; \frac{25}{4}; 7; \frac{47}{6}$ **C.** $\frac{11}{2}; \frac{14}{3}; \frac{25}{4}; 7; \frac{47}{6}$ **D.**

$\frac{11}{2}; \frac{17}{3}; \frac{25}{4}; 8; \frac{47}{6}$

Câu 21: Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** Không có

Câu 22: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Viết năm số hạng đầu của dãy;

A. 1;5;13;28;61 **B.** 1;5;13;29;61 **C.** 1;5;17;29;61 **D.**

1;5;14;29;61

Câu 23: Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ được xác định như sau $u_1 = 3, v_1 = 2$ và $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2v_n^2 \\ v_{n+1} = 2u_n \cdot v_n \end{cases}$ với $n \geq 2$.

Tìm công thức tổng quát của hai dãy (u_n) và (v_n) .

$$\text{A.} \begin{cases} u_n = (\sqrt{2} + 1)^{2^n} + (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \\ v_n = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[(\sqrt{2} + 1)^{2^n} - (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \right] \end{cases}$$

$$\text{C.} \begin{cases} u_n = \frac{1}{2} \left[(\sqrt{2} + 1)^{2^n} + (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \right] \\ v_n = \frac{1}{3\sqrt{2}} \left[(\sqrt{2} + 1)^{2^n} - (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \right] \end{cases}$$

$$\text{B.} \begin{cases} u_n = \frac{1}{4} \left[(\sqrt{2} + 1)^{2^n} + (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \right] \\ v_n = \frac{1}{2} \left[(\sqrt{2} + 1)^{2^n} - (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \right] \end{cases}$$

$$\text{D.} \begin{cases} u_n = \frac{1}{2} \left[(\sqrt{2} + 1)^{2^n} + (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \right] \\ v_n = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[(\sqrt{2} + 1)^{2^n} - (\sqrt{2} - 1)^{2^n} \right] \end{cases}$$

DẠNG 2: DÃY SỐ ĐƠN ĐIỀU, DÃY SỐ BỊ CHẶN

Câu 1: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n + 1}$

- A. Dãy số tăng
B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 2: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$

- A. Dãy số tăng
B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 3: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{3^n - 1}{2^n}$

- A. Dãy số tăng
B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 4: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{n + (-1)^n}{n^2}$

- A. Dãy số tăng
B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 5: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2n - 13}{3n - 2}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn
B. Dãy số giảm, bị chặn
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 6: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{n + 1}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn trên
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 7: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{1}{\sqrt{1 + n + n^2}}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn trên
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 8: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2^n}{n!}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn trên
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 9: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

- A. Dãy số tăng, bị chặn
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 10: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n + 1}{n + 2}$

- A. Bị chặn
B. Không bị chặn
C. Bị chặn trên
D. Bị chặn dưới

Câu 11: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = (-1)^n$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 12: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n - 1$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 13: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 14: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1}$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 15: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 16: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 17: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 18: Xét tính bị chặn của các dãy số sau:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 2}{u_{n-1} + 1}, \quad n \geq 2 \end{cases}$$

- A. Bị chặn B. Không bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

Câu 19: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3 + 1}, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

- A. Tăng B. Giảm
C. Không tăng, không giảm D. A, B, C đều sai

Câu 20: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau:
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 1}{4}, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

- A. Tăng B. Giảm
C. Không tăng, không giảm D. A, B, C đều sai

Câu 21: dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \sqrt{2010 + \sqrt{2010 + \dots + \sqrt{2010}}}$ (n dấu căn) Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tăng
B. Giảm
C. Không tăng, không giảm
D. A, B, C đều sai

Câu 22: Cho dãy số $(u_n) : \begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_n = \sqrt[3]{u_{n-1}} + \sqrt[3]{u_{n-2}}, n \geq 3 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tăng, bị chặn
B. Giảm, bị chặn
C. Không tăng, không giảm
D. A, B, C đều sai

Câu 23: Cho dãy số $(u_n) : u_n = \frac{an+2}{2n-1}, n \geq 1$. Khi $a = 4$, hãy tìm 5 số hạng đầu của dãy

- A. $u_1 = 2, u_2 = \frac{10}{3}, u_3 = \frac{14}{5}, u_4 = \frac{18}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$
B. $u_1 = 6, u_2 = \frac{10}{3}, u_3 = \frac{14}{5}, u_4 = \frac{18}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$
C. $u_1 = 6, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{5}, u_4 = \frac{18}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$
D. $u_1 = 6, u_2 = \frac{10}{3}, u_3 = \frac{4}{5}, u_4 = \frac{8}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$

Câu 24: Tìm a để dãy số đã cho là dãy số tăng.

- A. $a < 2$
B. $a < -2$
C. $a < 4$
D. $a < -4$

Câu 25: Cho dãy số $(u_n) : \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 2, n = 2, 3, \dots \end{cases}$ Viết 6 số hạng đầu của dãy

- A. $u_1 = 2, u_2 = 5, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 82, u_6 = 244$
B. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 18, u_5 = 82, u_6 = 244$
C. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 72, u_6 = 244$
D. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 82, u_6 = 244$

Câu 26: Cho dãy số $u_n = -5 \cdot 2^{n-1} + 3^n + n + 2, n = 1, 2, \dots$ Viết 5 số hạng đầu của dãy

- A. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 49, u_5 = 170$
B. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 47, u_5 = 170$
C. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 24, u_4 = 47, u_5 = 170$
D. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 47, u_5 = 178$

Câu 27:

1. Cho dãy số $(u_n) : u_n = (1-a)^n + (1+a)^n$, trong đó $a \in (0;1)$ và n là số nguyên dương.

a) Viết công thức truy hồi của dãy số

- A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + a[(1+a)^n + (1-a)^n] \end{cases}$
B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2a[(1+a)^n - (1-a)^n] \end{cases}$

$$\text{C. } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + a \left[(1+a)^n - (1-a)^n \right] \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + a \left[(1+a)^n - (1-a)^n \right] \end{cases}$$

b) Xét tính đơn điệu của dãy số

A. Dãy (u_n) là dãy số tăng.

B. Dãy (u_n) là dãy số giảm.

C. Dãy (u_n) là dãy số không tăng, không giảm

D. A, B, C đều sai.

Câu 28: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3u_{n-1} + \frac{1}{2u_{n-1}} - 2, \quad n \geq 2 \end{cases}$$

Viết 4 số hạng đầu của dãy và chứng minh rằng $u_n > 0, \forall n$

$$\text{A. } u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{47}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$$

$$\text{B. } u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{17}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$$

$$\text{C. } u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{19}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$$

$$\text{D. } u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{17}{6}, u_4 = \frac{2127}{34}$$

Câu 29: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi :
$$\begin{cases} u_0 = 2011 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_n + 1}, \quad \forall n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

a) Khẳng định nào sau đây đúng

A. Dãy (u_n) là dãy giảm

B. Dãy (u_n) là dãy tăng

C. Dãy (u_n) là dãy không tăng, không giảm

D. A, B, C đều sai

b) Tìm phần nguyên của u_n với $0 \leq n \leq 1006$.

$$\text{A. } [u_n] = 2014 - n$$

$$\text{B. } [u_n] = 2011 - n$$

$$\text{C. } [u_n] = 2013 - n$$

D.

$$[u_n] = 2012 - n$$

Câu 30: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 6 \\ u_{n+2} = u_n + 2u_{n+1}, \quad \forall n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

a) Gọi a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$. Chứng minh rằng: $u_n = a^n + b^n$

b) Chứng minh rằng: $u_{n+1}^2 - u_{n+2}u_n = (-1)^{n-1} \cdot 8$.

Câu 31: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

A. Tăng, bị chặn trên

B. Giảm, bị chặn

C. Tăng, chặn dưới

D. Giảm, chặn

Câu 32: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

A. Tăng, bị chặn trên

B. Giảm, bị chặn

C. Tăng, chặn dưới

D. Giảm, chặn

Câu 33: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$

- A. Tăng, bị chặn B. Giảm, bị chặn C. Tăng, chặn dưới D. Giảm, chặn trên

Câu 34: Xét tính tăng giảm và bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} + \sqrt{u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$

- A. Tăng, bị chặn B. Giảm, bị chặn C. Tăng, chặn dưới D. Giảm, chặn trên

Câu 35: Cho dãy số $(x_n): \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_n = \frac{2n}{(n-1)^2} \sum_{i=1}^{n-1} x_i, n = 2, 3, \dots \end{cases}$. Xét dãy số $y_n = x_{n+1} - x_n$. Khẳng định

nào đúng về dãy (y_n)

- A. Tăng, bị chặn B. Giảm, bị chặn C. Tăng, chặn dưới D. Giảm, chặn trên

Câu 36: Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{-n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Năm số hạng đầu của dãy là: $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$.
 B. 5 số số hạng đầu của dãy là: $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$.
 C. Là dãy số tăng.
 D. Bị chặn trên bởi số 1.

Câu 37: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$;
 B. Là dãy số tăng.
 C. Bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{2}$.
 D. Không bị chặn.

Câu 38: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-1}{n}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Năm số hạng đầu của dãy là: $-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{5}$.
 B. Bị chặn trên bởi số $M = -1$.
 C. Bị chặn trên bởi số $M = 0$.
 D. Là dãy số giảm và bị chặn dưới bởi số $m = -1$.

Câu 39: Cho dãy số (u_n) với $u_n = a \cdot 3^n$ (a : hằng số). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Dãy số có $u_{n+1} = a \cdot 3^{n+1}$. B. Hiệu số $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot a$.

C. Với $a > 0$ thì dãy số tăng

D. Với $a < 0$ thì dãy số giảm.

Câu 40: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{a-1}{n^2}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Dãy số có $u_{n+1} = \frac{a-1}{n^2+1}$.

B. Dãy số có : $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Là dãy số tăng.

Câu 41: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{a-1}{n^2}$ (a : hằng số). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$.

B. Hiệu $u_{n+1} - u_n = (1-a) \cdot \frac{2n-1}{(n+1)^2 n^2}$.

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = (a-1) \cdot \frac{2n-1}{(n+1)^2 n^2}$.

D. Dãy số tăng khi $a < 1$.

Câu 42: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a : hằng số). Kết quả nào sau đây là **sai**?

A. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$.

B. $u_{n+1} - u_n = \frac{a(n^2 + 3n + 1)}{(n+2)(n+1)}$.

C. Là dãy số luôn tăng với mọi a .

D. Là dãy số tăng với $a > 0$.

Câu 43: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{k}{3^n}$ (k : hằng số). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 5 của dãy số là $\frac{k}{3^5}$.

B. Số hạng thứ n của dãy số là $\frac{k}{3^{n+1}}$.

C. Là dãy số giảm khi $k > 0$.

D. Là dãy số tăng khi $k > 0$.

Câu 44: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 9 của dãy số là $\frac{1}{10}$.

B. Số hạng thứ 10 của dãy số là $\frac{-1}{11}$.

C. Đây là một dãy số giảm.

D. Bị chặn trên bởi số $M = 1$.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{n-1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $0; 1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}$.

B. Số hạng $u_{n+1} = \sqrt{n}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Bị chặn dưới bởi số 0.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $-1; 1; 5; -5; -11; -19$.

B. $u_{n+1} = -n^2 + n + 2$.

C. $u_{n-1} - u_n = 1$.

D. Là một dãy số giảm.

Câu 46: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-1}{n^2+1}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $u_{n+1} = \frac{-1}{(n+1)^2 + 1}.$

B. $u_n > u_{n+1}.$

C. Đây là một dãy số tăng.

D. Bị chặn dưới.

Câu 47: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sin \frac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy: $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+2}$

B. Dãy số bị chặn.

C. Đây là một dãy số tăng.

D. Dãy số không tăng không giảm.

