

BÀI TOÁN 3: TƯƠNG GIAO CỦA HÀM SỐ PHÂN THỨC**Phương pháp**

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (C) và đường thẳng $d: y = px + q$. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$$\frac{ax+b}{cx+d} = px + q \Leftrightarrow F(x, m) = 0 \text{ (phương trình bậc 2 ẩn } x \text{ tham số } m).$$

*) Các câu hỏi thường gặp:

1. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-\frac{d}{c}$.
2. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh phải của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn: $-\frac{d}{c} < x_1 < x_2$.
3. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh trái của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 < x_2 < -\frac{d}{c}$.
4. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt thuộc 2 nhánh của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 < -\frac{d}{c} < x_2$.
5. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A và B thỏa mãn điều kiện hình học cho trước:
 - +) Đoạn thẳng $AB = k$
 - +) Tam giác ABC vuông.
 - +) Tam giác ABC có diện tích S_0

*** Quy tắc:**

- +) Tìm điều kiện tồn tại A, B $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt.
- +) Xác định tọa độ của A và B (chú ý Vi ét)
- +) Dựa vào giả thiết xác lập phương trình ẩn m. Từ đó suy ra m.

*) **Chú ý:** Công thức khoảng cách:

$$+) A(x_A; y_A), B(x_B; y_B): AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$+) \begin{cases} M(x_0; y_0) \\ \Delta: Ax_0 + By_0 + C = 0 \end{cases} \Rightarrow d(M, \Delta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

BÀI TẬP:

Câu 1: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x - m$ tại hai điểm phân biệt khi:

A. $m \neq 1$

B. $m \leq 1$

C. $m > 1$

D. $\forall m$

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt khi:

A. $m > -2$

B. $m > 6$

C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 6 \end{cases}$

D.

$m < -2$

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ cắt đường thẳng $y = -x + 2m$ tại hai điểm phân biệt A, B và đoạn thẳng AB ngắn nhất khi:

A. $m = \frac{1}{2}$

B. $m = \frac{3}{2}$

C. $m = \frac{5}{2}$

D.

$m = \frac{7}{2}$

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = |\overline{OA} + \overline{OB}|$ khi:

A. $m = -1$

B. $m = -2$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$

D.

$\begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$

Câu 5: Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến tại A và B với (C) song song với nhau khi:

A. $m = 2$

B. $m = 1$

C. $m = -2$

D.

$m = -3$

Câu 6: Đồ thị hàm số: $y = \frac{2x-1}{x+1}$ cắt đường thẳng $d : y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$ khi:

A. $m = -1$

B. $m = 7$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 7 \end{cases}$

D.

$\begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$

Câu 7: Đồ thị hàm số: $y = \frac{x-1}{x+m}$ cắt đường thẳng $d : y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

A. $m = -1$

B. $m = 7$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 7 \end{cases}$

D.

$\begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$

Câu 8: Đồ thị hàm số: $y = \frac{x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = 2x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB nhỏ nhất khi:

- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = -2$ D. $m = 2$

Câu 9: Cho $y = \frac{x-1}{x+1}$ (C) và (d): $y = x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại 2 điểm A, B: $OA^2 + OB^2 = 2$.

- A. $m = 1, m = 2$ B. $m = -1$ C. $m = 1, m = 3$
D. $1 < m < 3$

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ cắt $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = 1$ khi:

- A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ D. Đáp số

khác

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O khi:

- A. $m = 1$ B. $m = 6$ C. $m = 2$ D. Đáp số

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $d : y = x + m$ tại hai điểm pb M, N sao cho $S_{IMN} = 4$ biết $I(1;2)$ khi m nhận các giá trị:

- A. $m = -1$ B. $m = 3$ C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$

Câu 13: Đồ thị hàm số: $y = \frac{2x+3}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $4\sqrt{2}$ (O là gốc tọa độ) khi:

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = \pm 2$ D. $m = 4$

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho. Các giá trị của m để bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB bằng $2\sqrt{2}$ là:

- A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 6 \end{cases}$ B. $m = 6$ C. $m = -2$ D. $m = 1$

Câu 15: Đồ thị hàm số: $y = \frac{x+3}{x+2}$ cắt đường thẳng $d : y = 2x + 3m$ tại hai điểm phân biệt A, B

sao cho $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$. Với O là gốc tọa độ khi:

A. $m = 1$

B. $m = \frac{3}{5}$

C. $m = \frac{5}{7}$

D.

$m = \frac{7}{5}$

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $d : y = -3x + m$ tại hai điểm pb A, B sao cho

trọng tâm của tam giác OAB thuộc $(\Delta) : x - 2y - 2 = 0$

A. $m = \frac{1}{3}$

B. $m = \frac{1}{9}$

C. $m = \frac{11}{5}$

D.

$m = -\frac{11}{5}$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ cắt đường thẳng $d : y = 2x + m$ tại 2 điểm M, N sao cho độ dài

MN nhỏ nhất khi:

A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 3$

D.

$m = -1$

Câu 18: Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O khi:

A. $m \neq 0$

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$

C. $m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

D. kết quả

khác

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ có điểm chung với đường thẳng $y = mx + 2$ khi:

A. $m \in (-\infty; -3]$

B. $m \in (-\infty; -3] \cup (1; +\infty)$

C. $m \in (-3; 1]$

D.

$m \in (-3; 1)$

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$ cắt đường thẳng $d : y = m$ tại 2 điểm phân biệt khi:

A. $\begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases}$

B. $m < 3$

C. $m > 7$

D.

$\begin{cases} m < 3 \\ m > 7 \end{cases}$

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1}$ có mấy điểm chung với trục Ox

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 22: Đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x-1}$. Chọn đáp án đúng.

- A. Cắt đường thẳng $y = 1$ tại hai điểm
 B. cắt đường thẳng $y = 4$ tại hai điểm
 C. Tiếp xúc với đường thẳng $y = 0$
 D. không cắt đường thẳng $y = -2$

Câu 23: Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm ?

- A. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$
 B. $y = \frac{3x+4}{x-1}$
 C. $y = \frac{4x+1}{x+2}$
 D. $y = \frac{2x-3}{3x-1}$

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Với giá trị m để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt.

- A. $m < 0 \vee m > 4$
 B. $m < 0 \vee m > 2$
 C. $1 < m < 4$
 D. $m < 1 \vee m > 4$

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x-2}$ có đồ thị (H) và $(d): y = kx + 1$. Để đường thẳng (d) cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn AB nhận $M(1, 4)$ làm trung điểm, thì giá trị thích hợp của k là:

- A. $k = -4$
 B. $k = -3$
 C. $k = 3$
 D. $k = 4$

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x + m$ khi

- A. $m = \sqrt{8}$
 B. $m \neq 1$
 C. $m = \pm 2\sqrt{2}$
 D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 27: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: 2x - y + m = 0$ tiếp xúc với đồ thị

- $(C): y = \frac{-2x-4}{x+1}$
 A. $m = 2$
 B. $m = -2$
 C. $m = \pm 4$
 D. $m = \pm 2$

Câu 28: Cho hàm số: $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng

$(d): y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A. $m = 4 \pm \sqrt{10}$
 B. $m = 2 \pm \sqrt{10}$
 C. $m = 4 \pm \sqrt{3}$
 D. $m = 2 \pm \sqrt{3}$

Câu 29: Xác định a để đường thẳng $(d): y = ax + 3$ không cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{3x+4}{x-1}$

- A. $-28 < a \leq 0$
 B. $-28 < a < 0$
 C. $-28 \leq a \leq 0$
 D. $0 < a \leq 28$

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và $(d): y = -3x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc nhánh phải của (C).

A. $m < -1$ B. $m > 11$ C. $m < -1 \vee m > 11$ D. Kết quả khác.

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và (d): $y = -3x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc nhánh trái của (C).

A. $m < -1$ B. $m > 11$ C. $m < -1 \vee m > 11$ D. Kết quả khác.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và (d): $y = -3x + m$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc cùng một nhánh của (C).

A. $m < -1$ B. $m > 11$ C. $m < -1 \vee m > 11$ D. Kết quả khác.

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và (d): $y = -3x + m$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh khác nhau của (C).

A. $m < -1$ B. $m > 11$ C. $m < -1 \vee m > 11$ D. Kết quả khác.

Câu 34: Đồ thị (C_m) của hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x + m}$ luôn cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B.

Tìm m để hai tiếp tuyến của (C_m) tại A và B vuông góc nhau?

A. $m \in \emptyset$ B. $m = 3, m = -1$ C. $m = -3, m = 1$ D. $m = \pm 2$

ĐÁP ÁN

3. Tương giao của hàm phân thức

1D, 2C, 3A, 4A, 5B, 6A, 7C, 8A, 9B, 10B, 11D, 12D, 13C, 14B, 15D, 16D, 17C, 18C, 19B, 20D, 21B, 22B, 23B, 24A, 25C, 26C, 27C, 28A, 29A, 30B, 31A, 32C, 33D, 34A

GV : Đào Phương Thảo -LT