

DẠNG 3: NGUYÊN HÀM CÁC PHÂN THỨC HỮU TỈ

f(x) là hàm hữu tỉ: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

– Nếu bậc của $P(x) \geq$ bậc của $Q(x)$ thì ta thực hiện phép chia đa thức.

– Nếu bậc của $P(x) <$ bậc của $Q(x)$ và $Q(x)$ có dạng tích nhiều nhân tử thì ta phân tích $f(x)$ thành tổng của nhiều phân thức (bằng phương pháp hệ số bất định).

Chẳng hạn: $\frac{1}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$

$$\frac{1}{(x-m)(ax^2+bx+c)} = \frac{A}{x-m} + \frac{Bx+C}{ax^2+bx+c}, \text{ với } \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

$$\frac{1}{(x-a)^2(x-b)^2} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{x-b} + \frac{D}{(x-b)^2}$$

BÀI TẬP

Câu 59. Cho hàm số $f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2}$. Khi đó:

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$

B. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{5}{x} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + 5\ln x^2 + C$

Câu 60. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \left(\frac{x^2+1}{x}\right)^2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + 2x + C.$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + 2x + C.$

C. $F(x) = \frac{\frac{x^3}{3} + x}{\frac{x^2}{2}} + C.$

D. $F(x) = \left(\frac{\frac{x^3}{3} + x}{\frac{x^2}{2}}\right)^3 + C.$

Câu 61. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2x^4+3}{x^2}$ là:

A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C.$

B. $-3x^3 - \frac{3}{x} + C.$

C. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C.$

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + C.$

Câu 62. Tính nguyên hàm $\int \left(\frac{1}{2x+3}\right) dx$

A. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C.$

B. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C.$

C. $2 \ln|2x+3| + C.$

D. $\ln|2x+3| + C.$

Câu 63. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, biết $F\left(\frac{e-1}{2}\right) = \frac{3}{2}$ là:

A. $F(x) = 2 \ln|2x+1| - \frac{1}{2}.$

B. $F(x) = 2 \ln|2x+1| + 1.$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 1.$ **D.** $F(x) = \ln|2x+1| + \frac{1}{2}.$

Câu 64. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3) = \ln 2 - 1.$ **B.** $F(3) = \ln 2 + 1.$ **C.** $F(3) = \frac{1}{2}.$ **D.** $F(3) = \frac{7}{4}.$

Câu 65. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng.

A. $\ln 2.$ **B.** $2 + \ln 2.$ **C.** $3.$ **D.** $4.$

Câu 66. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{(3-2x)^3}$ là :

A. $\frac{-1}{2(3+2x)^2} + C.$ **B.** $\frac{1}{4(3-2x)} + C.$ **C.** $\frac{2}{(3-2x)^2} + C.$ **D.** $\frac{1}{2(3-2x)^2} + C.$

Câu 67. Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$

A. $\frac{x^2 - x - 1}{x+1}.$ **B.** $\frac{x^2 + x - 1}{x+1}.$ **C.** $\frac{x^2 + x + 1}{x+1}.$ **D.** $\frac{x^2}{x+1}.$

Câu 68. Tính $\int \frac{1}{x(x-3)} dx$.

A. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C.$ **B.** $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C.$ **C.** $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C.$ **D.** $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C.$

Câu 69. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0) = 0$, $F(1) = a + \frac{b}{c} \ln 3$

trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng.

A. $4.$ **B.** $9.$ **C.** $3.$ **D.** $12.$

Câu 70. Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$.

A. $F_1(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x+1}.$ **B.** $F_2(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x+1}.$ **C.** $F_3(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}.$ **D.** $F_4(x) = \frac{x^2}{x+1}.$

Câu 71. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8.$ **B.** $a+b=8.$ **C.** $2a-b=8.$ **D.** $a-b=8.$

Câu 72. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$:

A. $F(x) = x + 4 \ln|2x-3| + 1.$ **B.** $F(x) = x + 2 \ln(2x-3) + 1.$
C. $F(x) = x + 2 \ln|2x-3| + 1.$ **D.** $F(x) = x + 2 \ln|2x-3| - 1.$

Câu 73. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = a \ln b + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 74. Tính $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$, kết quả là:

A. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x-3} \right| + C.$

B. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| + C.$

C. $\ln |x^2 - 4x + 3| + C.$

D. $\ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| + C.$

Câu 75. Nguyên hàm $\int \frac{1}{x^2 - 7x + 6} dx$ là:

A. $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-1}{x-6} \right| + C.$

B. $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-6}{x-1} \right| + C.$

C. $\frac{1}{5} \ln |x^2 - 7x + 6| + C.$

D. $-\frac{1}{5} \ln |x^2 - 7x + 6| + C.$

Câu 76. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, biết $F(0) = 1$. Giá trị của $F(-2)$ bằng

A. $1 + \frac{1}{2} \ln 3.$

B. $1 + \frac{1}{2} \ln 5.$

C. $1 + \ln 3.$

D. $\frac{1}{2}(1 + \ln 3).$

Câu 77. Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{1}{4-x^2} dx$.

A. $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C.$

B. $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$

C. $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$

D. $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C.$

Câu 78. Tìm nguyên hàm $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx$.

A. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = 2 \ln |x+2| - \ln |x+1| + C.$

C. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = 2 \ln |x+1| + \ln |x+2| + C.$

D. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = \ln |x+1| + 2 \ln |x+2| + C.$

B. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = 2 \ln |x+1| - \ln |x+2| + C.$

Câu 79. Nguyên hàm $\int \frac{2x^3 - 6x^2 + 4x + 1}{x^2 - 3x + 2} dx$ là:

A. $x^2 + \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C.$

B. $\frac{1}{2} x^2 + \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C.$

C. $\frac{1}{2} x^2 + \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C.$

D. $x^2 + \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C.$

Câu 80. Nguyên hàm $\int \frac{3x+3}{-x^2-x+2} dx$ là:

A. $2 \ln |x-1| - \ln |x+2| + C.$

B. $-2 \ln |x-1| + \ln |x+2| + C.$

C. $2 \ln |x-1| + \ln |x+2| + C.$

D. $-2 \ln |x-1| - \ln |x+2| + C.$

Câu 81. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$ khi biết $F(1) = \frac{1}{3}$ là

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}.$

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} + \frac{13}{6}.$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1}$.

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} + C$.

Câu 82. Biết luôn có hai số a và b để $F(x) = \frac{ax+b}{x+4}$ ($4a-b \neq 0$) là nguyên hàm của hàm số $f(x)$

và thỏa mãn: $2f^2(x) = [F(x)-1]f'(x)$.

Khẳng định nào dưới đây đúng và đầy đủ nhất?

A. $a=1, b=4$.

B. $a=1, b=-1$.

C. $a=1, b \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

D. $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$.

DẠNG 4: NGUYÊN HÀM HÀM SỐ VÔ TỈ

Câu 83. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + 3x\sqrt[3]{x^2}$ là :

A. $\frac{2x\sqrt[3]{x}}{4} + \frac{9x\sqrt{x^2}}{8} + C$.

B. $\frac{5x\sqrt{x}}{3} + \frac{27x^2\sqrt[3]{x^2}}{8} + C$.

C. $\frac{2x\sqrt{x}}{3} - \frac{9x^2\sqrt[3]{x}}{5} + C$.

D. $\frac{2x\sqrt{x}}{3} + \frac{9x^2\sqrt[3]{x^2}}{8} + C$.

Câu 84. Nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3$ là:

A. $2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + 3x + C$.

B. $2\sqrt{x} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x^2} + 3x + C$.

C. $\frac{1}{2}\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + 3x + C$.

D. $\frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x^2} + 3x + C$.

Câu 85. Tính $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ thu được kết quả là:

A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$

B. $-2\sqrt{1-x} + C$

C. $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$

D. $\sqrt{1-x} + C$

Câu 86. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{1}{x^2}$. Nguyên hàm của $f(x)$ biết

$F(3) = 6$ là:

A. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$.

B. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$.

C. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - \frac{1}{x} - \frac{1}{3}$.

D. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + \frac{1}{x} - \frac{1}{3}$.

Câu 87. Cho $\int \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a(x+2)\sqrt{x+2} + b(x+1)\sqrt{x+1} + C$. Khi đó $3a+b$ bằng:

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 88. Tìm $Q = \int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx$?

A. $Q = \sqrt{x^2-1} + \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$.

B. $Q = \sqrt{x^2-1} - \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$.

C. $Q = \ln|x + \sqrt{x^2-1}| - \sqrt{x^2-1} + C$.

D. Cả đáp án B,C đều đúng.

Câu 89. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1$ thỏa mãn $F(0) = 0$ và $F(3) = 7$. Khi đó, giá trị của tham số m bằng

- A. -2. B. 3. C. -3. D. 2.

Câu 90. Hàm số $F(x) = (ax+b)\sqrt{4x+1}$ (a, b là các hằng số thực) là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{12x}{\sqrt{4x+1}}$. Tính $a+b$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 91. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 8$. B. $T = 5$. C. $T = 6$. D. $T = 7$.

DẠNG 5: NGUYÊN HÀM HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 92. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos 2x$ là

- A. $-2\sin 2x + C$. B. $\sin 2x + C$. C. $2\sin 2x + C$. D. $\sin 2x + C$.

Câu 93. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 2$ là

- A. $5\cos 5x + C$. B. $-\frac{1}{5}\cos 5x + 2x + C$. C. $\frac{1}{5}\cos 5x + 2x + C$. D. $\cos 5x + 2x + C$.

Câu 94. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 2x$ là

- A. $x^2 - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. B. $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C$. C. $x^2 - 2\cos 2x + C$. D. $x^2 + 2\cos 2x + C$.

Câu 95. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 2x$ là:

- A. $\frac{1}{2} + \frac{\cos 4x}{8} + C$. B. $\frac{x}{2} - \frac{\cos 4x}{2} + C$. C. $\frac{1}{2} - \frac{\cos 4x}{2} + C$. D. $\frac{x}{2} + \frac{\cos 4x}{8} + C$.

Câu 96. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $\int f(x)dx = 3\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.
C. $\int f(x)dx = 6\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

Câu 97. Cho $F(x) = \cos 2x - \sin x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tính $f(\pi)$.

- A. $f(\pi) = -3$. B. $f(\pi) = 1$. C. $f(\pi) = -1$. D. $f(\pi) = 0$.

Câu 98. Tính: $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$

- A. $2\tan \frac{x}{2} + C$. B. $\tan \frac{x}{2} + C$. C. $\frac{1}{2}\tan \frac{x}{2} + C$. D. $\frac{1}{4}\tan \frac{x}{2} + C$.

Câu 99. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

A. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}.$

B. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1.$

C. $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

D. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

Câu 100. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ là:

A. $\cot x - x + C.$

B. $\tan x - x + C.$

C. $-\cot x - x + C.$

D. $-\tan x - x + C.$

Câu 101. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = -\frac{1}{\cos^2 x}$ và $F(0) = 1$. Khi đó, ta có $F(x)$ là:

A. $-\tan x.$

B. $-\tan x + 1.$

C. $\tan x + 1.$

D. $\tan x - 1.$

Câu 102. Cho hàm số $f(x) = \sin^4 2x$. Khi đó:

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x + \sin 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x - \cos 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x + \cos 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x - \sin 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C.$

Câu 103. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(1-2x)$ và thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{3}{2}.$

B. $F(x) = \cos(1-2x).$

C. $F(x) = \cos(1-2x) + 1.$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}.$

Câu 104. Nguyên hàm $\int (\sin 2x + \cos x) dx$ là:

A. $\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C.$

B. $-\cos 2x + \sin x + C.$

C. $-\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C.$

D. $-\cos 2x - \sin x + C.$

Câu 105. Nguyên hàm $\int [\sin(2x+3) + \cos(3-2x)] dx$ là:

A. $-2 \cos(2x+3) - 2 \sin(3-2x) + C.$

B. $-2 \cos(2x+3) + 2 \sin(3-2x) + C.$

C. $2 \cos(2x+3) - 2 \sin(3-2x) + C.$

D. $2 \cos(2x+3) + 2 \sin(3-2x) + C.$

Câu 106. Nguyên hàm $\int [\sin^2(3x+1) + \cos x] dx$ là:

A. $\frac{1}{2} x - 3 \sin(6x+2) + \sin x + C.$

B. $x - 3 \sin(6x+2) + \sin x + C.$

C. $\frac{1}{2} x - 3 \sin(3x+1) + \sin x + C.$

D. $\frac{1}{2} x - 3 \sin(6x+2) - \sin x + C.$

Câu 107. Kết quả nào dưới đây không phải là nguyên hàm của $\int (\sin^3 x + \cos^3 x) dx$?

A. $3 \cos x \cdot \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x + C.$

B. $\frac{3}{2} \sin 2x (\sin x - \cos x) + C.$

C. $3\sqrt{2} \sin 2x \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

D. $3\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

Câu 108. Cho hàm số $f(x) = \cos 3x \cdot \cos x$. Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ bằng 0 khi $x = 0$ là:

A. $3\sin 3x + \sin x$ **B.** $\frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{4}$ **C.** $\frac{\sin 4x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$ **D.** $\frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos 2x}{4}$

Câu 109. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cot^2 x$ là:

A. $\cot x - x + C$ **B.** $-\cot x - x + C$ **C.** $\cot x + x + C$ **D.** $\tan x + x + C$

Câu 110. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Tính $F(0)$.

A. $F(0) = -4 + 6\ln 2$. **B.** $F(0) = -4 - 6\ln 2$. **C.** $F(0) = 4 - 6\ln 2$. **D.** $F(0) = 4 + 6\ln 2$.

Câu 111. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} - 1$. **B.** $F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} - 1$. **C.** $F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$. **D.** $F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} + 1$.

Câu 112. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (1 + \sin x)^2$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$

A. $F(x) = \frac{3}{2}x + 2\cos x - \frac{1}{4}\sin 2x$. **B.** $F(x) = \frac{3}{2}x - 2\cos x - \frac{1}{4}\sin 2x$.
C. $F(x) = \frac{3}{2}x - 2\cos x + \frac{1}{4}\sin 2x$. **D.** $F(x) = \frac{3}{2}x + 2\cos x + \frac{1}{4}\sin 2x$.

Câu 113. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{-3\sin 3x + 2\cos 3x}{5\sin 3x - \cos 3x}$.

A. $-\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$. **B.** $-\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$.
C. $\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$. **D.** $\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$.

Câu 114. Biết $\int (\sin 2x - \cos 2x)^2 dx = x + \frac{a}{b}\cos 4x + C$, với a, b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $C \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 115. Tính $I = \int 8\sin 3x \cos x dx = a\cos 4x + b\cos 2x + C$. Khi đó, $a - b$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 116. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = 2\sin x \cos 3x$ và $F(0) = 0$, khi đó

A. $F(x) = \cos 4x - \cos 2x$. **B.** $F(x) = \frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 4x}{8} - \frac{1}{8}$.
C. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos 4x}{4} - \frac{1}{4}$. **D.** $F(x) = \frac{\cos 4x}{4} - \frac{\cos 2x}{2} + \frac{1}{4}$.

Câu 117. Cho $\alpha \in \mathbb{R}$. Hàm số nào sau đây không phải nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$.

A. $F_1(x) = -\cos x$. **B.** $F_2(x) = 2\sin \frac{x+\alpha}{2} \sin \frac{x-\alpha}{2}$.
C. $F_3(x) = -2\sin\left(\alpha + \frac{x}{2}\right)\sin\left(\alpha - \frac{x}{2}\right)$. **D.** $F_4(x) = 2\cos \frac{\alpha+x}{2} \sin \frac{\alpha-x}{2}$.

Câu 118. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 2x + \frac{1}{2}$.

A. $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2} \right) dx = 2 \tan 2x - 2x + C.$

B. $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2} \right) dx = \tan 2x - \frac{x}{2} + C.$

C. $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2} \right) dx = \tan 2x - x + C.$

D. $\int \left(\tan^2 2x + \frac{1}{2} \right) dx = \frac{\tan 2x}{2} - \frac{x}{2} + C.$

Câu 119. Hàm số $F(x) = \ln|\sin x - 3\cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $f(x) = \frac{\sin x - 3\cos x}{\cos x + 3\sin x}.$

B. $f(x) = \frac{-\cos x - 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}.$

C. $f(x) = \frac{\cos x + 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}.$

D. $f(x) = \cos x + 3\sin x.$

Câu 120. Hàm số $f(x) = \frac{7\cos x - 4\sin x}{\cos x + \sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{8}$. Giá trị

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\frac{3\pi - 11\ln 2}{4}.$

B. $\frac{3\pi}{4}.$

C. $\frac{3\pi}{8}.$

D. $\frac{3\pi - \ln 2}{4}.$

Câu 121. Tìm $I = \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$?

A. $I = \frac{1}{2}(x + \ln|\sin x + \cos x|) + C.$

B. $I = x + \ln|\sin x + \cos x| + C.$

C. $I = x - \ln|\sin x + \cos x| + C.$

D. $I = \frac{1}{2}(x - \ln|\sin x + \cos x|) + C.$

Câu 14. Biết $I = \int \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int A + B \left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \right) dx$. Kết quả của A, B lần lượt là

A. $A = B = \frac{1}{2}.$

B. $A = B = -\frac{1}{2}.$

C. $A = -\frac{1}{2}, B = \frac{1}{2}.$

D. $A = \frac{1}{2}, B = -\frac{1}{2}.$

Câu 122. Tìm $I = \int \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$?

A. $I = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) \right) + C.$

B. $I = x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) + C.$

C. $I = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) \right) + C.$

D. $I = x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2} + \sin 2x}{\sqrt{2} - \sin 2x} \right) + C.$

Câu 123. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = -3\sin 2x + 2\cos x - e^x$ là

A. $-6\cos 2x + 2\sin x - e^x + C.$

B. $6\cos 2x - 2\sin x - e^x + C.$

C. $\frac{3}{2}\cos 2x - 2\sin x - e^x + C.$

D. $\frac{3}{2}\cos 2x + 2\sin x - e^x + C.$

Câu 124. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \tan x$,

$\forall x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4} \right) \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}, f(0) = 0, f(\pi) = 1$. Tỉ số giữa $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng:

A. $2(\log_2 e + 1)$.

B. 2.

C. $\frac{1(1 + \ln 2)}{2 + \ln 2}$.

D. $2(1 - \log_2 e)$.

DẠNG 6: NGUYÊN HÀM HÀM SỐ MŨ LÔGARIT

Câu 125. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x}$.

A. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C$.

B. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C$.

C. $\int 5^{2x} dx = 2 \cdot 5^{2x} \ln 5 + C$.

D. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 126. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2018x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2018} \cdot e^{2018x} + C$.

B. $\int f(x) dx = e^{2018x} + C$.

C. $\int f(x) dx = 2018e^{2018x} + C$.

D. $\int f(x) dx = e^{2018x} \ln 2018 + C$.

Câu 127. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$, biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = e^{2x}$.

B. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = 2e^{2x} - 1$.

D. $F(x) = e^x$.

Câu 128. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{3x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$.

B. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$.

C. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1$.

D. $F(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{4}{3}$.

Câu 129. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 130. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2018^x \ln 2018 - \cos x$ và $f(0) = 2$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(x) = 2018^x + \sin x + 1$.

B. $f(x) = \frac{2018^x}{\ln 2018} + \sin x + 1$.

C. $f(x) = \frac{2018^x}{\ln 2018} - \sin x + 1$.

D. $f(x) = 2018^x - \sin x + 1$.

Câu 131. Tính $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

A. $3x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$

B. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C$

C. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C$

D. $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$

Câu 132. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$ và $F(0) = 3$ thì $F(x)$ là?

- A. $e^x - x$ B. $e^x - x + 2$ C. $e^x - x + C$ D. $e^x - x + 1$

Câu 133. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - e^{-x}$ là :

- A. $e^x + e^{-x} + C$. B. $e^x - e^{-x} + C$.
C. $-e^x + e^{-x} + C$. D. $e^x + e^x + C$.

Câu 134. Hàm số $F(x) = e^x + e^{-x} + x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = e^{-x} + e^x + 1$ B. $f(x) = e^x - e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$
C. $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$ D. $f(x) = e^x + e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$

Câu 135. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - e^{-3x}$ là :

- A. $\frac{e^{3x}}{3} + \frac{e^{-2x}}{2} + C$. B. $\frac{e^{2x}}{2} + \frac{e^{-3x}}{3} + C$.
C. $\frac{e^{3x}}{2} + \frac{e^{-3x}}{2} + C$. D. $\frac{e^{-2x}}{3} + \frac{e^{3x}}{2} + C$.

Câu 136. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2^{-3x}$ là :

- A. $\frac{3^{2x}}{2 \cdot \ln 3} + \frac{2^{-3x}}{3 \cdot \ln 2} + C$. B. $\frac{3^{2x}}{2 \cdot \ln 3} - \frac{2^{-3x}}{3 \cdot \ln 2} + C$.
C. $\frac{3^{-2x}}{2 \cdot \ln 3} + \frac{2^{3x}}{3 \cdot \ln 2} + C$. D. $\frac{3^{-2x}}{2 \cdot \ln 3} - \frac{2^{3x}}{3 \cdot \ln 2} + C$.

Câu 137. Hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)+1}{e^x}$.

- A. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$. B. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$.
C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C$. D. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$.

Câu 138. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$.

- A. $\int f(x) dx = e^{-x} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + C$.

Câu 139. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = xe^{x^2}$. Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$?

- A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + 2$. B. $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5)$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2})$.

Câu 140. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^{2x} \left(3^x - \frac{\sqrt{x}}{4^x} \right)$.

- A. $F(x) = \frac{12^x}{\ln 12} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$. B. $F(x) = 12^x + x\sqrt{x} + C$.

$$\text{C. } F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} \left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x}}{4^x} \right).$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} \left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x} \ln 4}{4^x} \right).$$

Câu 141. Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$.

$$\text{A. } \int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x) dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x) dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C.$$

Câu 142. Tính $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx$

$$\text{A. } \frac{84^x}{\ln 84} + C$$

$$\text{B. } \frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$$

$$\text{C. } 84^x + C \quad \text{D. } 84^x \ln 84 + C$$

Câu 143. Nguyên hàm $\int \frac{e^{2x+1} - 2}{\sqrt[3]{e^x}} dx$ là:

$$\text{A. } \frac{5}{3} e^{\frac{5}{3}x+1} - \frac{2}{3} e^{-\frac{x}{3}} + C.$$

$$\text{B. } \frac{5}{3} e^{\frac{5}{3}x+1} + \frac{2}{3} e^{\frac{x}{3}} + C.$$

$$\text{C. } \frac{5}{3} e^{\frac{5}{3}x+1} - \frac{2}{3} e^{\frac{x}{3}} + C.$$

$$\text{D. } \frac{5}{3} e^{\frac{5}{3}x+1} + \frac{2}{3} e^{-\frac{x}{3}} + C.$$

Câu 144. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 3}$ và $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$. Tập nghiệm S của phương trình $3F(x) + \ln(e^x + 3) = 2$ là

$$\text{A. } S = \{2\}.$$

$$\text{B. } S = \{-2; 2\}.$$

$$\text{C. } S = \{1; 2\}.$$

$$\text{D. } S = \{-2; 1\}.$$

Câu 145. Hàm số $F(x) = \frac{1}{27} e^{3x+1} (9x^2 - 24x + 17) + C$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây.

$$\text{A. } f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{3x+1}.$$

$$\text{B. } f(x) = (x^2 - 2x - 1)e^{3x+1}.$$

$$\text{C. } f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{3x+1}.$$

$$\text{D. } f(x) = (x^2 - 2x - 1)e^{3x-1}.$$

Câu 146. Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$ và $f(x) = (-x^2 + 3x + 6)e^{-x}$. Tìm a và b để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

$$\text{A. } a = 1, b = -7.$$

$$\text{B. } a = -1, b = -7.$$

$$\text{C. } a = -1, b = 7.$$

$$\text{D. } a = 1, b = 7.$$

Câu 147. Tìm $F = \int x^n e^x dx$?

$$\text{A. } F = e^x \left[x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} + \dots + n!(-1)^{n-1}x + n!(-1)^n \right] + x^n + C.$$

$$\text{B. } F = e^x \left[x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} + \dots + n!(-1)^{n-1}x + n!(-1)^n \right] + C.$$

$$\text{C. } F = n!e^x + C.$$

$$\text{D. } F = x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} + \dots + n!(-1)^{n-1}x + n!(-1)^n + e^x + C.$$

Câu 148. Giả sử $\int e^{2x} (2x^3 + 5x^2 - 2x + 4) dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$. Khi đó $a + b + c + d$ bằng

$$\text{A. } -2$$

$$\text{B. } 3$$

$$\text{C. } 2$$

$$\text{D. } 5$$

Câu 149. Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$.

A. $\int f(x)dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C.$

B. $\int f(x)dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C.$

C. $\int f(x)dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C.$

D. $\int f(x)dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C.$

Câu 150. Giả sử $\int e^{2x}(2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$. Khi đó $a + b + c + d$ bằng

A. -2

B. 3

C. 2

D. 5

Câu 151. Cho $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2018x^2 - 3x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + 2b + 4c$.

A. $T = -3035.$

B. $T = 1007.$

C. $T = -5053.$

D. $T = 1011.$

Câu 152. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $f[F(0)]$.

A. $-e^{-1}.$

B. $20e^2.$

C. $9e.$

D. $3e.$

Câu 153. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2017)$.

A. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2017} + 1}{\ln 2}.$

B. $T = 2^{2017 \cdot 2018}.$

C. $T = \frac{2^{2017} - 1}{\ln 2}.$

D. $T = \frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}.$

