

PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

Câu 1. Khi sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh mệnh đề chứa biến $A(n)$ đúng với mọi số tự nhiên $n \geq p$ (p là một số tự nhiên), ta tiến hành hai bước:

- Bước 1, kiểm tra mệnh đề $A(n)$ đúng với $n = p$.
- Bước 2, giả thiết mệnh đề $A(n)$ đúng với số tự nhiên bất kỳ $n = k \geq p$ và phải chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$.

Trogn hai bước trên:

- A.** Chỉ có bước 1 đúng. **B.** Chỉ có bước 2 đúng.
C. Cả hai bước đều đúng. **D.** Cả hai bước đều sai.

Câu 2. Một học sinh chứng minh mệnh đề " $8^n + 1$ chia hết cho 7, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ " (*) như sau:

- Giả sử (*) đúng với $n = k$, tức là $8^k + 1$ chia hết cho 7.
- Ta có: $8^{k+1} + 1 = 8(8^k + 1) - 7$, kết hợp với giả thiết $8^k + 1$ chia hết cho 7 nên suy ra được $8^{k+1} + 1$ chia hết cho 7. Vậy đẳng thức (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Học sinh trên chứng minh đúng.
B. Học sinh chứng minh sai vì không có giả thiết qui nạp.
C. Học sinh chứng minh sai vì không dùng giả thiết qui nạp.
D. Học sinh không kiểm tra bước 1 (bước cơ sở) của phương pháp qui nạp.

Câu 3. Cho $S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $S_3 = \frac{1}{12}$. **B.** $S_2 = \frac{1}{6}$. **C.** $S_2 = \frac{2}{3}$. **D.** $S_3 = \frac{1}{4}$.

Câu 4. Cho $S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $S_n = \frac{n-1}{n}$. **B.** $S_n = \frac{n}{n+1}$. **C.** $S_n = \frac{n+1}{n+2}$. **D.** $S_n = \frac{n+2}{n+3}$.

Câu 5. Cho $P_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ với $n \geq 2$ và $n \in \mathbb{N}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $P = \frac{n+1}{n+2}$. **B.** $P = \frac{n-1}{2n}$. **C.** $P = \frac{n+1}{n}$. **D.** $P = \frac{n+1}{2n}$.

Câu 6. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, hệ thức nào sau đây là sai?

- A.** $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
B. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$.
C. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$$\text{D. } 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Câu 7. Với mỗi số nguyên dương n , đặt $S = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

$$\text{A. } S = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}. \quad \text{B. } S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}.$$

$$\text{C. } S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \quad \text{D. } S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}.$$

Câu 8. Đặt $T_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}$ (có n dấu căn). Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

$$\text{A. } T_n = \sqrt{3}. \quad \text{B. } T_n = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}. \quad \text{C. } T_n = \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}. \quad \text{D. } T_n = \sqrt{5}.$$

Câu 9. Đặt $S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } S_n = \frac{n+1}{2(2n+1)}. \quad \text{B. } S_n = \frac{3n-1}{4n+2}. \quad \text{C. } S_n = \frac{n}{2n+1}. \quad \text{D. } S_n = \frac{n+2}{6n+3}.$$

Câu 10. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $2^{n+1} > n^2 + 3n$.

$$\text{A. } n \geq 3. \quad \text{B. } n \geq 5. \quad \text{C. } n \geq 6. \quad \text{D. } n \geq 4.$$

Câu 11. Tổng S các góc trong của một đa giác lồi n cạnh, $n \geq 3$, là:

$$\text{A. } S = n.180^\circ. \quad \text{B. } S = (n-2).180^\circ.$$

$$\text{C. } S = (n-1).180^\circ. \quad \text{D. } S = (n-3).180^\circ.$$

Câu 12. Với $n \in \mathbb{N}^*$, hãy rút gọn biểu thức $S = 1.4 + 2.7 + 3.10 + \dots + n(3n+1)$.

$$\text{A. } S = n(n+1)^2. \quad \text{B. } S = n(n+2)^2. \quad \text{C. } S = n(n+1). \quad \text{D. } S = 2n(n+1).$$

Câu 13. Kí hiệu $k! = k(k-1)\dots 2.1, \forall k \in \mathbb{N}^*$. Với $n \in \mathbb{N}^*$, đặt $S_n = 1.1! + 2.2! + \dots + n.n!$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

$$\text{A. } S_n = 2.n!. \quad \text{B. } S_n = (n+1)! - 1. \quad \text{C. } S_n = (n+1)!. \quad \text{D. } S_n = (n+1)! + 1.$$

Câu 14. Với $n \in \mathbb{N}^*$, đặt $T_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (2n)^2$ và $M_n = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

$$\text{A. } \frac{T_n}{M_n} = \frac{4n+1}{2n+2}. \quad \text{B. } \frac{T_n}{M_n} = \frac{4n+1}{2n+1}. \quad \text{C. } \frac{T_n}{M_n} = \frac{8n+1}{n+1}. \quad \text{D. } \frac{T_n}{M_n} = \frac{2n+1}{n+1}.$$

Câu 15. Tìm số nguyên dương p nhỏ nhất để $2^n > 2n+1$ với mọi số nguyên $n \geq p$.

$$\text{A. } p = 5. \quad \text{B. } p = 3. \quad \text{C. } p = 4. \quad \text{D. } p = 2.$$

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $2^n > n^2$.

$$\text{A. } n \geq 5. \quad \text{B. } n = 1 \text{ hoặc } n \geq 6. \quad \text{C. } n \geq 7. \quad \text{D. } n = 1 \text{ hoặc } n \geq 5.$$

Câu 17. Với mọi số nguyên dương n , ta có: $\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{an+b}{cn+4}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính các giá trị của biểu thức $T = ab^2 + bc^2 + ca^2$.

$$\text{A. } T = 3. \quad \text{B. } T = 6. \quad \text{C. } T = 43. \quad \text{D. } T = 42.$$

Câu 18. Với mọi số nguyên dương $n \geq 2$, ta có: $\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{an+2}{bn+4}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính các giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

$$\text{A. } P = 5. \quad \text{B. } P = 9. \quad \text{C. } P = 20. \quad \text{D. } P = 36.$$

Câu 19. Biết rằng $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $M = a + b + c + d + e$.

- A. $M = 4$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = \frac{1}{2}$.

Câu 20. Biết rằng mọi số nguyên dương n , ta có $1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1) = a_1n^3 + b_1n^2 + c_1n + d_1$ và $1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + n(3n-1) = a_2n^3 + b_2n^2 + c_2n + d_2$. Tính giá trị biểu thức $T = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 + d_1d_2$.

- A. $T = 2$. B. $T = 1$. C. $M = \frac{4}{3}$. D. $T = \frac{2}{3}$.

Câu 21. Biết rằng $1^k + 2^k + \dots + n^k$, trong đó n, k là số nguyên dương. Xét các mệnh đề sau:

$$S_1 = \frac{n(n+1)}{2}, S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, S_3 = \frac{n^2(n-1)^2}{4} \text{ và } S_4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}.$$

Số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề nói trên là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 22. Với $n \in \mathbb{N}^*$, ta xét các mệnh đề $P: "7^n + 5$ chia hết cho 2"; $Q: "7^n + 5$ chia hết cho 3" và $Q: "7^n + 5$ chia hết cho 6". Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là:

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 23. Xét bài toán: “Kiểm nghiệm với số nguyên dương n bất đẳng thức $n \geq 2^{n-1}$ ”. Một học sinh đã trình bày lời giải bài toán này bằng các bước như sau:

Bước 1: Với $n = 1$, ta có: $n! = 1! = 1$ và $2^{n-1} = 2^{1-1} = 2^0 = 1$. Vậy $n! \geq 2^{n-1}$ đúng.

Bước 2 : Giả sử bất đẳng thức đúng với $n = k \geq 1$, tức là ta có $k! \geq 2^{k-1}$.

Ta cần chứng minh bất đẳng thức đúng với $n = k+1$, nghĩa là phải chứng minh $(k+1)! \geq 2^k$.

Bước 3 : Ta có $(k+1)! = (k+1).k! \geq 2.2^{k-1} = 2^k$. Vậy $n! \geq 2^{n-1}$ với mọi số nguyên dương n . Chứng minh trên đúng hay sai, nếu sai thì sai từ bước nào ?

- A. Đúng. B. Sai từ bước 2. C. Sai từ bước 1. D. Sai từ bước 3.

Câu 24. Biết rằng $\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{an^2 + bn}{cn^2 + dn + 16}$, trong đó a, b, c, d và n là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T = (a+c)(b+d)$.

- A. $T = 75$. B. $T = 364$. C. $T = 300$. D. $T = 256$.