

MẶT CẦU, KHỐI CẦU

A – KIẾN THỨC CHUNG

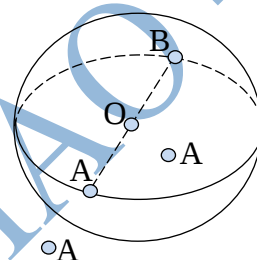
1/ Định nghĩa

Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R gọi là mặt cầu tâm O , bán kính R , kí hiệu là: $S(O; R)$. Khi đó $S(O; R) = \{M \mid OM = R\}$

2/ Vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một điểm A bất kì, khi đó:

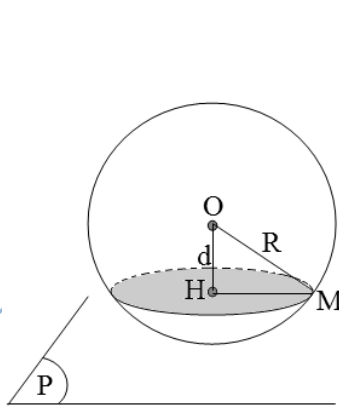
- ✧ Nếu $OA = R \Leftrightarrow A \in S(O; R)$. Khi đó OA gọi là bán kính mặt cầu. Nếu OA và OB là hai bán kính sao cho $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$ thì đoạn thẳng AB gọi là một đường kính của mặt cầu.
 - ✧ Nếu $OA < R \Leftrightarrow A$ nằm trong mặt cầu.
 - ✧ Nếu $OA > R \Leftrightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.
- $\Rightarrow$ Khối cầu $S(O; R)$ là tập hợp tất cả các điểm M sao cho $OM \leq R$.



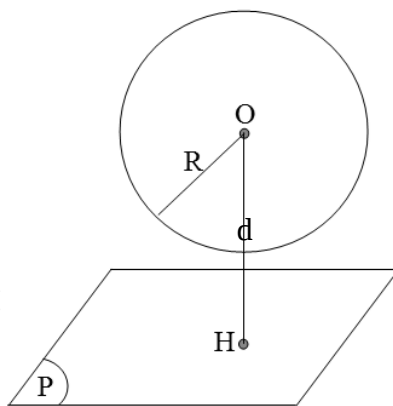
3/ Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một $mp(P)$. Gọi d là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến $mp(P)$ và H là hình chiếu của O trên $mp(P) \Rightarrow d = OH$.

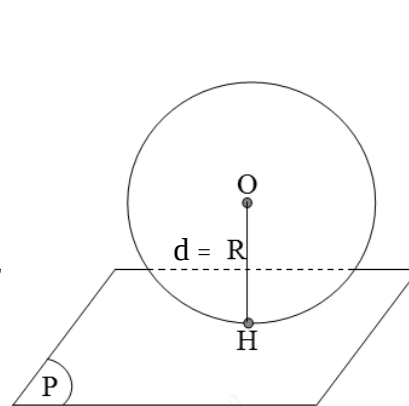
- ✧ Nếu $d < R \Leftrightarrow mp(P)$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên $mp(P)$ có tâm là H và bán kính $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{R^2 - OH^2}$ (hình a).
- ✧ Nếu $d > R \Leftrightarrow mp(P)$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$ (hình b).
- ✧ Nếu $d = R \Leftrightarrow mp(P)$ có một điểm chung duy nhất. Ta nói mặt cầu $S(O; R)$ tiếp xúc $mp(P)$. Do đó, điều kiện cần và đủ để $mp(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ là $d(O, (P)) = R$ (hình c).



Hình a



Hình b



Hình c

4/ Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng Δ và $d = OH$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến đường thẳng Δ . Khi đó:

- ✧ Nếu $d > R \Leftrightarrow \Delta$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$.
- ✧ Nếu $d < R \Leftrightarrow \Delta$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt.

- ✧ Nếu $d = R \Leftrightarrow \Delta$ và mặt cầu tiếp xúc nhau (tại một điểm duy nhất). Do đó: điều kiện cần và đủ để đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu là $d = d(O, \Delta) = R$.

Định lý: Nếu điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ thì:

- ✧ Qua A có vô số tiếp tuyến với mặt cầu $S(O; R)$.
 ✧ Độ dài đoạn thẳng nối A với các tiếp điểm đều bằng nhau.
 ✧ Tập hợp các điểm này là một đường tròn nằm trên mặt cầu $S(O; R)$.

5/ Diện tích và thể tích mặt cầu

• Diện tích mặt cầu: $S_C = 4\pi R^2$.

• Thể tích mặt cầu: $V_C = \frac{4}{3}\pi R^3$.

*MẶT CẦU NGOẠI TIẾP KHỐI ĐA DIỆN

1/ Các khái niệm cơ bản

- ✧ **Trục của đa giác đáy:** là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đáy và vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác đáy.
 ⇒ Bất kì một điểm nào nằm trên trục của đa giác thì cách đều các đỉnh của đa giác đó.
 ✧ **Đường trung trục của đoạn thẳng:** là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
 ⇒ Bất kì một điểm nào nằm trên đường trung trục thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.
 ✧ **Mặt trung trục của đoạn thẳng:** là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
 ⇒ Bất kì một điểm nào nằm trên mặt trung trục thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.

2/ Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

- ✧ **Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp:** là điểm cách đều các đỉnh của hình chóp. Hay nói cách khác, nó chính là giao điểm I của trục đường tròn ngoại tiếp mặt phẳng đáy và mặt phẳng trung trục của một cạnh bên hình chóp.
 ✧ **Bán kính:** là khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.

3/ Cách xác định tâm và bán kính mặt cầu của một số hình đa diện cơ bản

a/ Hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

- **Tâm:** trùng với tâm đối xứng của hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

⇒ Tâm là I , là trung điểm của AC' .

- **Bán kính:** bằng nửa độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

⇒ Bán kính: $R = \frac{AC'}{2}$.

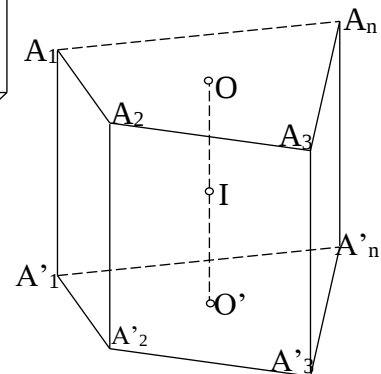
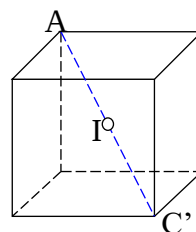
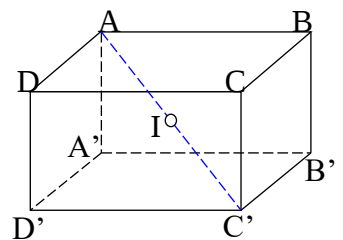
b/ Hình lăng trụ đứng có đáy nội tiếp đường tròn.

Xét hình lăng trụ đứng $A_1A_2A_3...A_n.A'_1A'_2A'_3...A'_n$, trong đó có 2 đáy

$A_1A_2A_3...A_n$ và $A'_1A'_2A'_3...A'_n$ nội tiếp đường tròn (O) và (O') . Lúc đó,

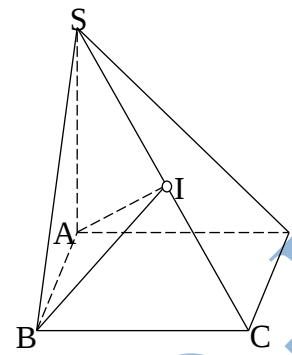
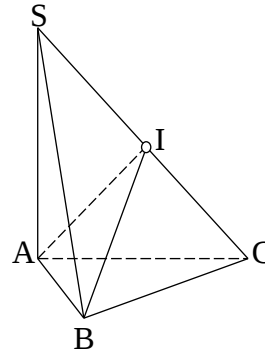
mặt cầu nội tiếp hình lăng trụ đứng có:

- **Tâm:** I với I là trung điểm của OO' .
 - **Bán kính:** $R = IA_1 = IA_2 = ... = IA'_n$.



c/ Hình chóp có các đỉnh nhìn đoạn thẳng nối 2 đỉnh còn lại dưới 1 góc vuông.

- Hình chóp $S.ABC$ có $SAC = SBC = 90^\circ$.
+ Tâm: I là trung điểm của SC .
+ Bán kính: $R = \frac{SC}{2} = IA = IB = IC$.
- Hình chóp $S.ABCD$ có
 $SAC = SBC = SDC = 90^\circ$.
+ Tâm: I là trung điểm của SC .
+ Bán kính: $R = \frac{SC}{2} = IA = IB = IC = ID$.

**d/ Hình chóp đều.**

Cho hình chóp đều $S.ABC\dots$

- Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow SO$ là trục của đáy.
- Trong mặt phẳng xác định bởi SO và một cạnh bên, chẳng hạn như $mp(SAO)$, ta vẽ đường trung trực của cạnh SA là Δ cắt SA tại M và cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu.
- Bán kính:

Ta có: $\triangle SMI \sim \triangle SOA \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow$ Bán kính là:

$$R = IS = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = IA = IB = IC = \dots$$

e/ Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.

Cho hình chóp $S.ABC\dots$ có cạnh bên $SA \perp$ đáy $(ABC\dots)$ và đáy $ABC\dots$ nội tiếp được trong đường tròn tâm O . Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC\dots$ được xác định như sau:

- Từ tâm O ngoại tiếp của đường tròn đáy, ta vẽ đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC\dots)$ tại O .
- Trong $mp(d, SA)$, ta dựng đường trung trực Δ của cạnh SA , cắt SA tại M , cắt d tại I .

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

và bán kính $R = IA = IB = IC = IS = \dots$

- Tìm bán kính:

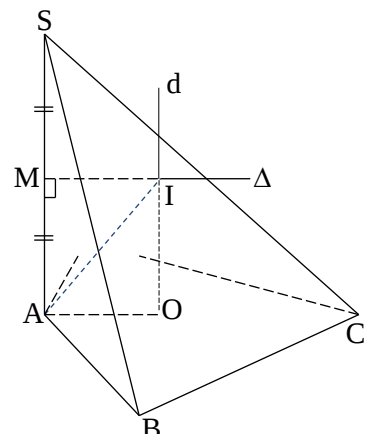
Ta có: $MI \perp OB$ là hình chữ nhật.

Xét $\triangle MAI$ vuông tại M có:

$$R = AI = \sqrt{MI^2 + MA^2} = \sqrt{AO^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2}.$$

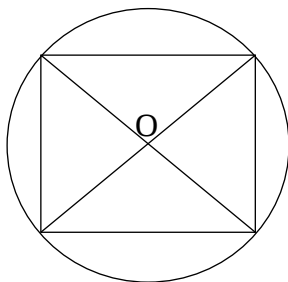
f/ Hình chóp khác.

- Dựng trục Δ của đáy.
- Dựng mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên bất kì.
- $(\alpha) \cap \Delta = I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- Bán kính: khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.

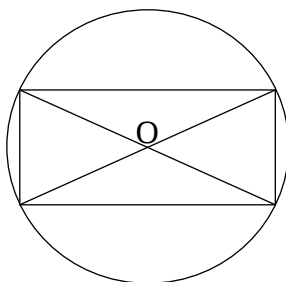


g/ Đường tròn ngoại tiếp một số đa giác thường gặp.

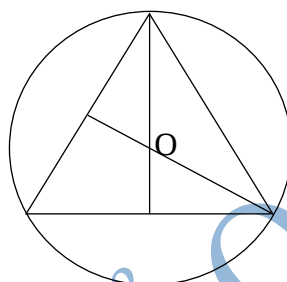
Khi xác định tâm mặt cầu, ta cần xác định trục của mặt phẳng đáy, đó chính là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đáy tại tâm O của đường tròn ngoại tiếp đáy. Do đó, việc xác định tâm ngoại O là yếu tố rất quan trọng của bài toán.



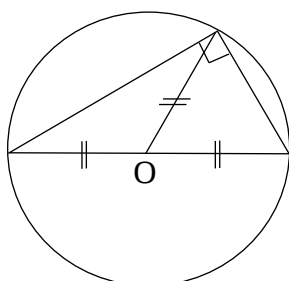
Hình vuông: O là giao điểm 2 đường chéo.



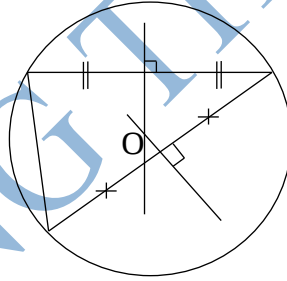
Hình chữ nhật: O là giao điểm của hai đường chéo.



Δ đều: O là giao điểm của 2 đường trung tuyến (trọng



Δ vuông: O là trung điểm của cạnh huyền.



Δ thường: O là giao điểm của hai đường trung trực của hai

KỸ THUẬT XÁC ĐỊNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP.

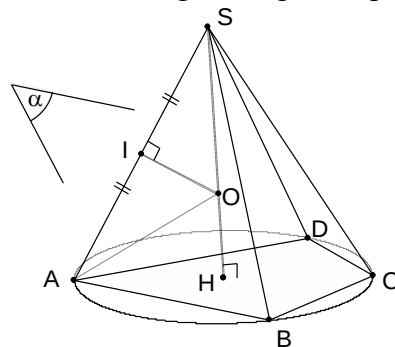
Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ (thỏa mãn điều kiện tồn tại mặt cầu ngoại tiếp). Thông thường, để xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ta thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy. Dụng Δ : trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Bước 2: Lập mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên.

Lúc đó :

- Tâm O của mặt cầu: $\Delta \cap mp(\alpha) = \{O\}$
- Bán kính: $R = SA (= SO)$. Tùy vào từng trường hợp.



Lưu ý: Kỹ năng xác định trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

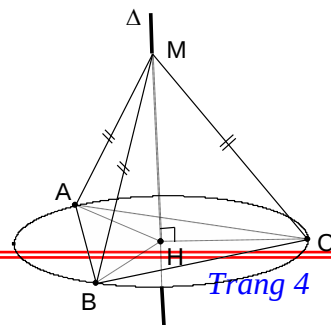
1. Trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy: là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc với mặt phẳng đáy.

Tính chất: $\forall M \in \Delta: MA = MB = MC$

Suy ra: $MA = MB = MC \Leftrightarrow M \in \Delta$

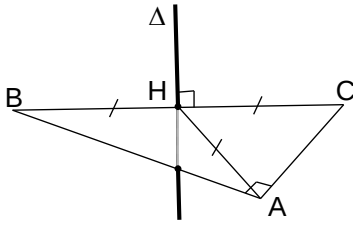
2. Các bước xác định trục:

- Bước 1: Xác định tâm H của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.
- Bước 2: Qua H dựng Δ vuông góc với mặt phẳng đáy.

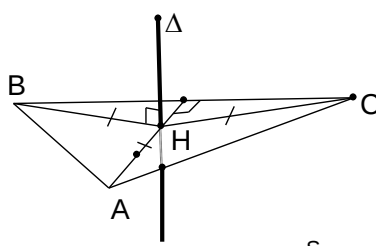


VD: Một số trường hợp đặc biệt

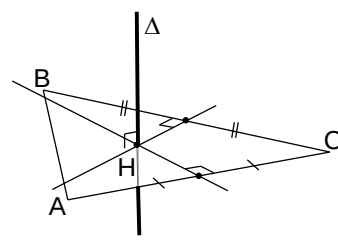
A. Tam giác vuông



B. Tam giác đều

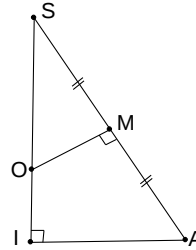


C. Tam giác bất kì



3. Lưu ý: Kỹ năng tam giác đồng dạng

$$\Delta SMO \text{ đồng dạng với } \Delta SIA \Rightarrow \frac{SO}{SA} = \frac{SM}{SI}.$$



4. Nhận xét quan trọng:

$$\exists M, S : \begin{cases} MA = MB = MC \\ SA = SB = SC \end{cases} \Rightarrow SM \text{ là trục đường tròn ngoại tiếp } \Delta ABC.$$

5. Ví dụ: Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

Dạng 1: Chóp có các điểm cùng nhìn một đoạn dưới một góc vuông.

Ví dụ: Cho $S.ABC : \begin{cases} SA \perp (ABC) \\ \Delta ABC \perp B \end{cases}$. Theo đề bài:

$$\begin{cases} BC \perp AB (gt) \\ BC \perp SA (SA \perp (ABC)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

Ta có B và A nhìn SC dưới một góc vuông

$\Rightarrow$ nên B và A cùng nằm trên một mặt cầu có đường kính là SC.

Gọi I là trung điểm SC $\Rightarrow I$ là tâm MCNT khối chóp $S.ABC$ và bán kính $R = SI$.

Dạng 2: Chóp có các cạnh bên bằng nhau.

Ví dụ: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$.

+ Vẽ $SG \perp (ABC)$ thì G là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

+ Trên mặt phẳng (SGC) , vẽ đường trung trực của SC, đường này cắt SG tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ và bán kính $R = IS$.

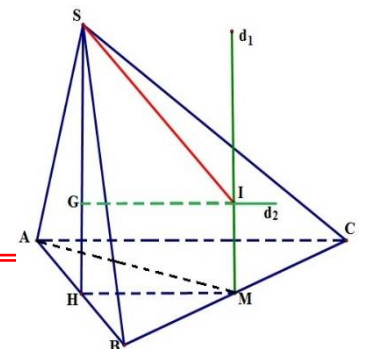
$$+ \text{Ta có } \Delta SGC \sim \Delta SKI (g - g) \Rightarrow \frac{SG}{SK} = \frac{SC}{SI} \Rightarrow R = \frac{SC \cdot SK}{SG} = \frac{SC^2}{2SG}$$

Dạng 3: Chóp có một mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Mặt bên $(SAB) \perp (ABC)$ và ΔSAB đều. Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB, AC.

Ta có M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC (do $MA = MB = MC$).

Dựng d_1 là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC (d_1 qua M và song song SH).



Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB và d_2 là trục đường tròn ngoại tiếp ΔSAB , d_2 cắt d_1 tại $I \Rightarrow I$ là tâm **mặt cầu ngoại tiếp** khối chóp $S.ABC$
 $\Rightarrow$ Bán kính $R = SI$. Xét $\Delta SGI \rightarrow SI = \sqrt{GI^2 + SG^2}$.

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: TÍNH BÁN KÍNH KHỐI CẦU

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ và 3 cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc. Xác định bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

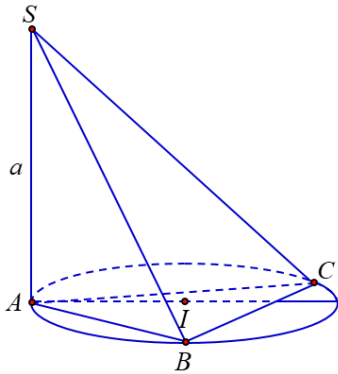
- A. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{4}$.

Câu 2. Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

- A. $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $R = 2$ C. $R = 32$ D. $R = 4$

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt cầu và DA , DB , DC đôi một vuông góc, G là trọng tâm tam giác ABC , D' là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DD'} = 3\overrightarrow{DG}$. Một đường kính của mặt cầu đó là
 A. DD' . B. BC . C. AB . D. AC .

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Đáy ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.



- A. $a\sqrt{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác OAB cân tại O , $OA = OB = 2a$, $AOB = 120^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (P) tại O lấy hai điểm C, D nằm về hai phía của mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC vuông tại C và tam giác ABD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc mặt phẳng (ABC) ; tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Khi đó bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

- A. $2a$. B. $2a\sqrt{2}$. C. a . D. $a\sqrt{2}$.

Câu 7. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $BAD = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. 2π . C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hỏi bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $R = \frac{\sqrt{11}}{4}$. B. $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $R = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $R = \frac{\sqrt{21}}{6}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết rằng $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 10. Cho hình chóp $SABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Xác định bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$.

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{4}}{2}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{3a}{5}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, đường cao $SH = 3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $r = 2$. B. $r = \frac{7}{3}$. C. $r = \frac{8}{3}$. D. $r = 3$.

Câu 13. Cho tứ diện $SABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3$, $BC = 4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) và SC hợp với (ABC) góc 45° . Thể tích hình cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ là:

- A. $V = \frac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{5\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Kẻ $EK \perp SD$ tại K . Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K là:

- A. $R = \frac{1}{2}a$. B. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. C. $R = a$. D. $R = \frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A , $SA = BC = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. a . D. $2a$.

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 18. Tính bán kính r của khối cầu có thể tích là $V = 36\pi(\text{cm}^3)$.

A. $r = 3(\text{cm})$.

B. $r = 6(\text{cm})$.

C. $r = 4(\text{cm})$.

D. $r = 9(\text{cm})$.

Câu 19. Một hình hộp hình chữ nhật nội tiếp mặt cầu và có ba kích thước là a, b, c . Tính bán kính của mặt cầu.

A. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

B. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$.

C. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$.

D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 20. Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. $2\sqrt{2}$

B. 4

C. 2

D. $4\sqrt{2}$

Câu 21. Tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a .

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Câu 22. Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi(\text{cm}^2)$ thì có bán kính là:

A. $\sqrt{5}\text{cm}$.

B. 4 cm.

C. 5 cm.

D. 3 cm.

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{35}}{7}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$.

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Biết $SA = a$ và $\angle ASB = 90^\circ$. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh 1, tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

A. $R = \frac{5\sqrt{3}}{12}$.

B. $R = \frac{\sqrt{93}}{12}$.

C. $R = \frac{\sqrt{37}}{6}$.

D. $R = \frac{\sqrt{29}}{8}$.

Câu 26. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC từng đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 6$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. $R = 3\sqrt{3}$.

B. $R = 2$.

C. $R = 3$.

D. $R = 4\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, đường cao $SH = 3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $r = 2$.

B. $r = \frac{7}{3}$.

C. $r = \frac{8}{3}$.

D. $r = 3$.

Câu 28. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trong (P) , xét đường tròn (C) đường kính BC . Tính bán kính của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $SC = 2a$ và $\angle SCA = 30^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $R = a$. C. $R = \frac{a}{2}$. D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = SB = SC = SD = \sqrt{5}$, $ABCD$ nội tiếp đường tròn có bán kính $r = 1$. Mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ có bán kính là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $SB = a\sqrt{3}$. Khi đó bán kính mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (SBD) là:

- A. $R = a\sqrt{\frac{2}{5}}$. B. $R = a$. C. $R = a\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $R = a\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = 2\sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{3}a$. C. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $R = a$.

Câu 33. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BC = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $AA' = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ bằng

- A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $\sqrt{5}a$. D. $\sqrt{3}a$.

Câu 34.-2017] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, đường cao $SH = 3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $r = 3$. B. $r = 2$. C. $r = \frac{8}{3}$. D. $r = \frac{7}{3}$.

Câu 35. Bán kính hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a là.

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho quả địa cầu có độ dài đường kinh tuyến 30° Đông là 40π (cm). Độ dài đường xích đạo là:

- A. $40\sqrt{3}\pi$ (cm). B. 40π (cm). C. 80π (cm). D. $\frac{80\pi}{\sqrt{3}}$ (cm).

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, DC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.DMN$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{39}}{13}$. B. $R = \frac{a\sqrt{102}}{6}$. C. $R = \frac{a\sqrt{31}}{4}$. D. $R = \frac{a\sqrt{39}}{6}$.

Câu 38. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Gọi h là chiều

cao của khối chóp và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp. Tỉ số $\frac{R}{h}$ bằng:

A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{7}{12}$. D. $\frac{7}{24}$.

Câu 39. - 2017] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng x . Mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện đều $ABCD$ có bán kính bằng.

A. $\frac{3x\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{x\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{3x\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3x\sqrt{2}}{6}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a$; $AB = BC = 2a$; $\angle ABC = 120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{a\sqrt{17}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{17}}{5}$.

Câu 41. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $6cm$ và $SA = SB = SC = 4\sqrt{3}(cm)$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C . Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABD$ bằng

A. $5cm$. B. $3\sqrt{2}cm$. C. $\sqrt{26}cm$. D. $\sqrt{37}cm$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = 3$. Cạnh bên $SA = 6$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là?

A. 9 . B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $3\sqrt{6}$. D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $2\pi a^2$. B. $5\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos ACB = \frac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$. B. $S = 13\pi a^2$. C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{3}a$, $AD = a$, $\triangle SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = 5\pi a^2$. B. $S = 10\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = 2\pi a^2$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $2\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 47. Cắt hình nón đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng đi qua trục SO của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh bên độ dài bằng a . Tính diện tích của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

A. $2\pi a^2$. B. $\frac{4}{3}\pi a^2$. C. $2\pi(3 + 2\sqrt{2})a^2$. D.

$2\pi(3 - 2\sqrt{2})a^2$.

Câu 48. Một mặt cầu (S) có độ dài bán kính bằng $2a$. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu (S) .

A. $S_{mc} = \frac{16\pi}{3}a^2$. B. $S_{mc} = 4a^2\pi$. C. $S_{mc} = 8a^2\pi$. D. $S_{mc} = 16a^2\pi$.

Câu 49. Biết rằng khi quay 1 đường tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một đường kính của nó ta được 1 mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu đó.

- A. $2p$. B. p . C. $4p$. D. $\frac{4}{3}p$.

Câu 50. Diện tích mặt cầu bán kính $2r$ là.

- A. $4\pi r^2$. B. $8\pi r^2$. C. $16\pi r^2$. D. $\frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 51. Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng 1 cm có diện tích bằng.

- A. $\frac{4\pi}{3}\text{ cm}^2$. B. 1 cm^2 . C. $3\pi\text{ cm}^2$. D. $12\pi\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

Câu 52. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a .

- A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. B. $\frac{7\pi a^2}{6}$. C. $\frac{7\pi a^2}{5}$. D. $\frac{3\pi a^2}{7}$.

Câu 53. Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu đó.

- A. π . B. $V = \frac{4}{3}\pi$. C. 2π . D. 4π .

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B . Biết $AB = BC = a\sqrt{3}$, $SAB = SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $16\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 56. Một mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a . Diện tích mặt cầu (S) là.

- A. $\frac{3\pi a^2}{2}$. B. $3\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S = \frac{13\pi a^2}{12}$. B. $S = \frac{5\pi a^2}{3}$. C. $S = \frac{13\pi a^2}{36}$. D. $S = \frac{5\pi a^2}{9}$.

Câu 58. Cho mặt cầu (S) tâm O ; đường kính R . Khi đó diện tích mặt cầu là:

- A. $2\pi R^2$. B. $\frac{4}{3}\pi R^2$. C. πR^2 . D. $4\pi R^2$.

Câu 59. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và gọi (S) là mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ. Tính diện tích mặt cầu (S) .

- A. $6\sqrt{3}\pi$. B. $8\sqrt{6}\pi$. C. $\sqrt{6}\pi$. D. 24π .

Câu 60. Một hình cầu có bán kính bằng 2 (m) . Hỏi diện tích của mặt cầu bằng bao nhiêu?

- A. $8\pi\text{ (m}^2\text{)}$. B. $\pi\text{ (m}^2\text{)}$. C. $4\pi\text{ (m}^2\text{)}$. D. $16\pi\text{ (m}^2\text{)}$.

Câu 61. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

- A. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $S = \frac{3}{4}\pi R^2$. C. $S = 4\pi R^2$. D. $S = \pi R^2$.

Câu 62. Khinh khí cầu của Mông-gôn-fie (Montgolfier) (người Pháp) nhà phát minh ra khinh khí cầu dùng khí nóng. Coi khinh khí cầu này là một mặt cầu có đường kính 11 m thì diện tích của mặt

khinh khí cầu là bao nhiêu? (lấy $\pi \approx \frac{22}{7}$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

- A. 380,29 (m²). B. 697,19(m²). C. 190,14(m²). D. 95,07 (m²).

Câu 63. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 là

- A. 12π . B. $2\pi\sqrt{3}$. C. $8\pi\sqrt{3}$. D. 48π .

Câu 64. Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm³). Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

- A. 36π (cm²). B. 27π (cm²). C. 64π (cm²). D. 18π (cm²).

Câu 65. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a . Góc giữa đường chéo của mặt bên và đáy của lăng trụ là 60° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

- A. $\frac{13}{3}\pi a^2$. B. $\frac{5}{3}\pi a^2$. C. $\frac{13}{9}\pi a^2$. D. $\frac{5}{9}\pi a^2$.

Câu 66. Cho mặt cầu (S_1) bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) bán kính R_2 . Biết rằng $R_2 = 2R_1$, tính tỉ số diện tích mặt cầu (S_2) và mặt cầu (S_1).

- A. 3. B. 2. C. 4. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 67. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

- A. $2\pi R$. B. $2\pi R^2$. C. πR^2 . D. $4\pi R^2$.

Câu 68. Tìm diện tích mặt cầu (S) khi biết nửa chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π .

- A. $S = 32\pi$. B. $S = 64\pi$. C. $S = 8\pi$. D. $S = 16\pi$.

Câu 69. Gọi R , S , V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ B. $S = \pi R^2$ C. $3V = S.R$ D. $S = 4\pi R^2$

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = 4a$. B. $R = 2a$. C. $R = a$. D. $R = 3a$.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. B. $4\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

Câu 72. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{6}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $18\pi a^2$. B. $18a^2$. C. $9a^2$. D. $9\pi a^2$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2\sqrt{2}a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ theo a .

- A. $16\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $64\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 74. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và cạnh đáy là 60° . Hỏi diện tích mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với các cạnh bên bằng bao nhiêu? (O là tâm mặt đáy):

- A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. D. πa^2 .

DẠNG 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CẦU

Câu 75. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng.

- A. $4\pi a^3 \sqrt{2}$. B. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $4\pi a^3 \sqrt{3}$. D. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. C. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong ΔABC và $2SH=BC$, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O; AB) = d(O; AC) = d(O; (SBC)) = 1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $\frac{500\pi}{81}$. B. $\frac{343\pi}{48}$. C. $\frac{256\pi}{81}$. D. $\frac{125\pi}{162}$.

Câu 78. Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

- A. $V = 4\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.

Câu 79. Cho khối cầu có bán kính R . Thể tích của khối cầu đó là

- A. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $V = 4\pi R^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 80. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là:

- A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$, góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

- A. $V = \frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{10\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{5\pi a^3}{6}$. D. $V = \sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 82. Khối cầu (S) có diện tích mặt cầu bằng 16π (đvdt). Tính thể tích khối cầu.

- A. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvdt). B. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}$ (đvdt). C. $\frac{32\pi}{9}$ (đvdt). D. $\frac{32\pi}{3}$ (đvdt).

Câu 83. Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

- A. $\frac{256}{3}\pi a^3$. B. $\frac{32}{3}\pi a^3$. C. $\frac{64}{3}\pi a^3$. D. $\frac{128}{3}\pi a^3$.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2}{3}\pi a^3$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 85. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V = \frac{32\pi a^3}{3}$ là:

- A. $\sqrt[3]{7}a$. B. $R = 2a$. C. $R = 2\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{2}a$.

Câu 86. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\text{A. } V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}. \quad \text{B. } V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}. \quad \text{C. } V = \frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}. \quad \text{D. } V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}.$$

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

$$\text{A. } \frac{5\pi}{3}. \quad \text{B. } \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}. \quad \text{C. } \frac{4\pi\sqrt{3}}{27}. \quad \text{D. } \frac{5\pi\sqrt{15}}{8}.$$

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

$$\text{A. } V = \frac{5\pi}{3}. \quad \text{B. } V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}. \quad \text{C. } V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}. \quad \text{D. } V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}.$$

Câu 89. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của khối trụ ngoại tiếp, khối cầu nội tiếp, khối cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính giá trị $P = \frac{V_1 + V_2}{V_3}$.

$$\text{A. } P = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } P = \frac{4\sqrt{3}}{9}. \quad \text{C. } P = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } P = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 90. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là:

$$\text{A. } V = 2\pi a^3 \quad \text{B. } V = \pi a^3 \quad \text{C. } V = \frac{4\pi a^3}{3}. \quad \text{D. } V = 4\pi a^3$$

Câu 91. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

$$\text{A. } \frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}. \quad \text{B. } \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}. \quad \text{C. } \frac{4\pi a^3}{3}. \quad \text{D. } \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$$

Câu 92. Một hình cầu có thể tích bằng $\frac{4\pi}{3}$ ngoại tiếp một hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là

$$\text{A. } \frac{8\sqrt{3}}{9}. \quad \text{B. } 1. \quad \text{C. } \frac{8}{3}. \quad \text{D. } \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 93. Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π , thể tích khối cầu (S) bằng

$$\text{A. } \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}. \quad \text{B. } 20\pi\sqrt{5}. \quad \text{C. } \frac{20\pi}{3}. \quad \text{D. } \frac{20\pi\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$, góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{10\pi a^3}{3}. \quad \text{B. } V = \frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}. \quad \text{C. } V = \sqrt{6}\pi a^3. \quad \text{D. } V = \frac{5\pi a^3}{6}.$$

Câu 95. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60° , độ dài đường sinh bằng a . Dãy hình cầu

$(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N) ; (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) ; (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) . Tính tổng thể tích các khối cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ theo a .

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$.

B. $\frac{9\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$.

D. $\frac{27\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$.

Câu 96. Một khối cầu có bán kính $2R$ thì có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{32\pi R^3}{3}$.

B. $V = \frac{24\pi R^3}{3}$.

C. $V = 4\pi R^2$.

D. $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$ và $AD = a$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ bằng

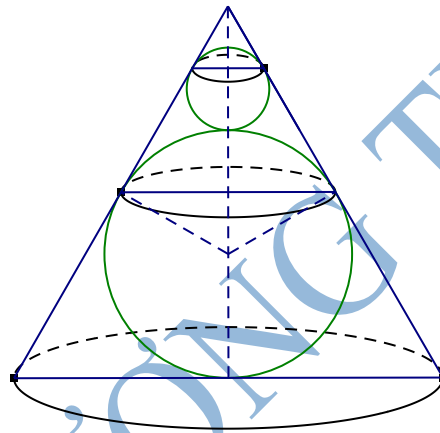
A. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{5}}{25}$.

B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{5}}{8}$.

C. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{5}}{6}$.

D. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{5}}{24}$.

Câu 98. Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của hình nón (hình vẽ).



Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9 cm . Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

A. $\frac{100\pi}{3} \text{ cm}^3$.

B. $\frac{112\pi}{3} \text{ cm}^3$.

C. $\frac{40\pi}{3} \text{ cm}^3$.

D. $\frac{38\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 99. Một khối cầu bán kính 6 dm người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau (tâm của khối cầu nằm giữa hai mặt phẳng (P) , (Q)), biết mặt phẳng (P) cách tâm 3 dm và mặt phẳng (Q) cách tâm 4 dm để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích của chiếc lu.

A. $\frac{656}{3} \pi$.

B. $\frac{565}{3} \pi$.

C. $\frac{655}{3} \pi$.

D. $\frac{665}{3} \pi$.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$. SA vuông góc với đáy, $SA = 2\sqrt{14}$. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $V = \frac{13\pi}{8}$.

B. $V = 36\pi$.

C. $V = 81\pi$.

D. $V = \frac{243\pi}{2}$.

Câu 101. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

A. $V = 36\pi$.

B. $V = \frac{256\pi}{3}$.

C. $V = 64\pi$.

D. $V = 48\pi$.

Câu 102. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là

A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $V = 4\pi a^3$.

C. $V = 2\pi a^3$.

D. $V = \pi a^3$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. B. $V = \frac{5\pi}{3}$. C. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

Câu 104. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

- A. $V = \pi R^3$. B. $V = 4\pi R^2$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 105. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp hình trụ cho trước, khoảng cách từ tâm hình trụ đến $(ABB'A')$ là 3, góc giữa DB' và $(ABB'A')$ bằng 30° . Biết bán kính hình trụ bằng 5, tỉ số thể tích khối hộp và khối cầu ngoại tiếp hình hộp là?

- A. $\frac{\sqrt{12}}{3\pi}$. B. $\frac{10}{3\pi}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{3\pi}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{3\pi}$.

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{4}{3}\pi a^3$. B. $8\pi a^3$. C. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $4\pi a^3$.

Câu 107. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3, AC = 4, BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

- A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. B. ABD . C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$. D. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = 2a, SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SB và AK vuông góc với SD . Mặt phẳng (AHK) cắt SC tại E . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp $ABCDEHK$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 109. Một khối cầu có bán kính 5dm, người ta cắt bỏ hai phần phía trên và phía dưới khối cầu bằng hai mặt phẳng vuông góc với bán kính và cách tâm bằng 3dm để làm chiếc lu đựng nước. Thể tích chiếc lu đựng nước là:

- A. $\frac{100}{3}\pi(\text{dm}^3)$. B. $132\pi(\text{dm}^3)$. C. $43\pi(\text{dm}^3)$. D. $41\pi(\text{dm}^3)$.

Câu 110. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

- A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. B. $\frac{4}{3}\pi R^3$. C. $4\pi R^2$. D. πR^3 .

Câu 111. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3); B(4;2;3); C(4;5;3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là:

- A. 9π . B. 36π . C. 18π . D. 72π .

Câu 112. Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π .

- A. 36π B. $\frac{\pi}{9}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. 9π

Câu 113. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là:

- A. $\frac{8\pi a^3}{3}$. B. $16\pi a^2$. C. $\frac{32\pi a^3}{3}$. D. $6\pi a^3$.

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. B. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. D. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. B. $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. C. $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. D. $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Câu 116. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $5\sqrt{2}$ cm. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp trên.

A. $V = \frac{250}{3} \text{ cm}^3$. B. $V = 100\pi \text{ cm}^3$.
C. $V = \frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{125\sqrt{2}\pi}{3} \text{ cm}^3$.