



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



LÝ THUYẾT.

I. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố B khi biến cố A đã xảy ra được gọi là **xác suất của B với điều kiện A** . Kí hiệu là $P(B|A)$.

II. CÔNG THỨC TÍNH XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Cho A và B là hai biến cố, trong đó $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Chú ý 1:

1. Ta cũng ký hiệu biến cố giao của hai biến cố A và B là AB .
2. Trong thực tế, người ta thường dùng tỉ lệ phần trăm để mô tả xác suất. Chẳng hạn, phát biểu “Khả năng xảy ra một sự kiện là 20%” cũng có nghĩa là “Xác suất xảy ra sự kiện đó là 0,2”, phát biểu “Tỉ lệ phế phẩm của một lô hàng là 5%” cũng có nghĩa là “Nếu chọn ra ngẫu nhiên một sản phẩm từ lô hàng, xác suất sản phẩm đó là phế phẩm là 0,05”.

Chú ý 2:

1. Từ công thức xác suất có điều kiện, với $P(B) > 0$, ta có $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$.
2. Trong trường hợp tổng quát, người ta chứng minh được rằng với A, B là hai biến cố bất kì thì $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$. Công thức trên gọi là **công thức nhân xác suất** cho hai biến cố.

Chú ý 3:

1. Với mọi biến cố A và B , trong đó $P(B) > 0$, ta có $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$.
2. Với A và B là hai biến cố độc lập, trong đó $0 < P(B) < 1$, người ta chứng minh được rằng

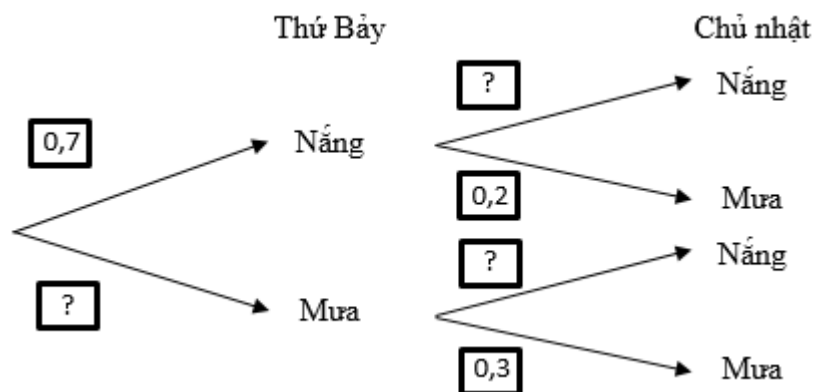
$$P(A|B) = P(A|\bar{B}) = P(A).$$

Từ đẳng thức trên, ta thấy khi A và B độc lập thì việc biến cố B xảy ra hay không xảy ra không làm ảnh hưởng đến xác suất của biến cố A .

III. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

Bạn Việt chuẩn bị đi tham quan một hòn đảo trong hai ngày thứ Bảy và Chủ nhật. Ở hòn đảo đó, mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng xảy ra mưa ở ngày tiếp theo là 20%, còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 30%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ Bảy là 0,7.

Hãy tìm các giá trị thích hợp thay vào ở sơ đồ hình cây sau:



Hướng dẫn:

Ở, gọi A là biến cố “Ngày thứ Bảy trời nắng” và B là biến cố “Ngày Chủ nhật trời mưa”.

Ta có $P(A) = 0,7$; $P(B|A) = 0,2$; $P(B|\bar{A}) = 0,3$.

Do đó $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3$; $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,8$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất trời nắng vào thứ Bảy và trời mưa vào Chủ nhật là

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,7.0,2 = 0,14$$

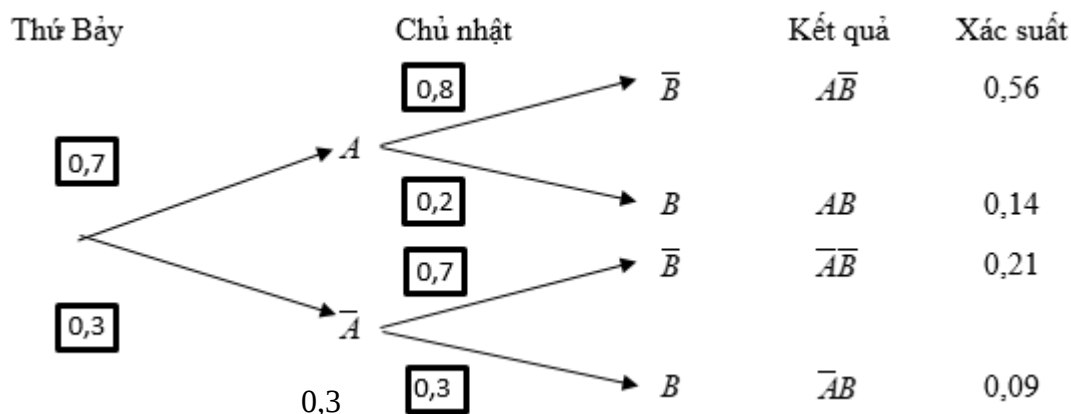
Tương tự, ta có

$$P(A\bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A) = 0,7.0,8 = 0,56;$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,3.0,3 = 0,09;$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,3.0,7 = 0,21.$$

Ta có thể biểu diễn các kết quả trên theo sơ đồ cây như sau:



Nhận xét: Trên sơ đồ hình cây:

- Xác suất của các nhánh trong sơ đồ hình cây từ đỉnh thứ hai là xác suất có điều kiện.
- Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

Ví dụ: Ở một sân bay, người ta sử dụng một loại máy soi tự động phát hiện hàng cấm trong hành lí kí gửi. Máy phát chuông cảnh báo với 95% các kiện hành lí có chứa hàng cấm và 2% các kiện hành lí không chứa hàng cấm. Tỷ lệ các kiện hành lí có chứa hàng cấm là 0,1%.

Chọn ngẫu nhiên một kiện hành lí để soi bằng máy trên. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

M: “Kiện hành lí có chứa hàng cấm và máy phát chuông cảnh báo”;

N: “Kiện hành lí không chứa hàng cấm và máy phát chuông cảnh báo”.

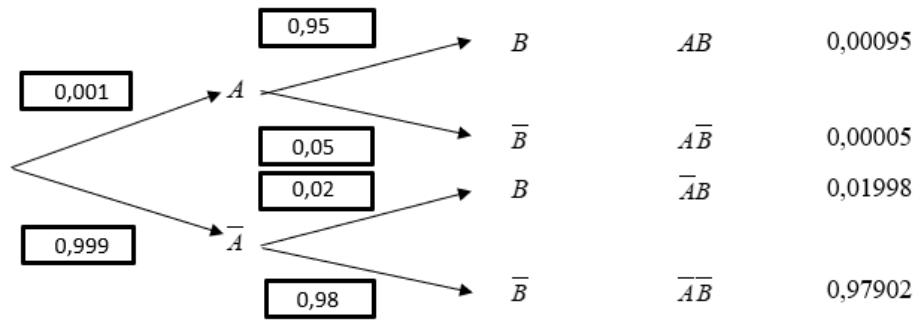
Giải

Gọi A là biến cố “Kiện hành lí có chứa hàng cấm” và B là biến cố “Máy phát chuông cảnh báo”.
Ta có

$$P(B|A) = 0,95; P(B|\bar{A}) = 0,02; P(A) = 0,001.$$

$$\text{Do đó } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,999; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,05; P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 0,98.$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Do $M = AB$ nên $P(M) = P(AB) = 0,00095$.

Do $N = \bar{A}B$ nên $P(N) = P(\bar{A}B) = 0,01998$.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TOÁN THỰC TẾ.

- Câu 1:** Thư viện trường THPT Chuyên Quốc Học có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.
- Câu 2:** Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:
Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60%.
Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%.
Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15%.
Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?
- Câu 3:** Một cửa hàng thời trang ước lượng rằng có 86% khách hàng đến cửa hàng mua quần áo là phụ nữ, và có 25% số khách mua hàng là phụ nữ cần nhân viên tư vấn. Biết một người mua quần áo là phụ nữ, tính xác suất người đó cần nhân viên tư vấn.
- Câu 4:** Một công ty xây dựng đấu thầu hai dự án độc lập. Khả năng thắng của dự án thứ nhất là 0,5 và dự án thứ hai là 0,6. Tính xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất.
- Câu 5:** Cầu thủ X có tỷ lệ sút penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút penalty bị thủ môn cản phá là 20%. Cầu thủ X sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ X, biết rằng cầu thủ X sút không dẫn đến bàn thắng.

- Câu 6:** Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.
Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.
Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.
Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.
Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?
- Câu 7:** Trong một xưởng sản xuất có 800 bóng đèn, qua kiểm nghiệm chất lượng người ta thấy trong đó có 750 bóng đèn tốt và 50 bóng đèn kém không đạt chất lượng. Các bóng đèn tốt có 3 màu: đỏ, trắng, xanh và số bóng đèn màu đỏ chiếm 40%. Chọn ra ngẫu nhiên một bóng trong 800 bóng đèn. Xác suất để bóng đèn được chọn có màu đỏ, biết rằng bóng đèn đó tốt là?
- Câu 8:** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỉ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.
- Câu 9:** Tỉ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỉ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.
- Câu 10:** Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng. (làm tròn đến kết quả phần chục).
- Câu 11:** Một xạ thủ bắn hai viên đạn vào một bia. Xác suất bắn viên thứ nhất trúng là 0,7. Nếu bắn trúng viên thứ nhất thì khả năng bắn trúng viên thứ hai là 0,8, nhưng nếu bắn trượt viên thứ nhất khả năng bắn trúng viên thứ hai là 0,2. Tính xác suất bắn trúng viên thứ nhất biết rằng viên thứ hai bắn trúng. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Câu 12:** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 41,6% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 45 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 45 tuổi.
- Câu 13:** Lớp 12A1 có 48 bạn đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Lý, trong đó có 36 bạn giỏi Toán, 24 bạn giỏi Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn giỏi Toán, biết bạn đó giỏi Lý là bao nhiêu?
- Câu 14:** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích môn Tin học, 30 học sinh thích môn Tiếng Anh, 15 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?
- Câu 15:** Một lô sản phẩm có 15 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm lấy được đều có chất lượng thấp.
- Câu 16:** Trong một ngày bất kì, xác suất để bạn Nam ăn bữa trưa (được chuẩn bị sẵn) là 0,5 và em gái của bạn Nam ăn bữa trưa là 0,6. Biết rằng xác suất em gái Nam ăn bữa trưa khi Nam ăn bữa trưa là 0,9. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm)

- Câu 17:** Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).
- Câu 18:** Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?
- Câu 19:** Trong một cộng đồng X có tỉ lệ mắc ung thư là 0,02. Biết rằng xác suất xét nghiệm dương tính là 0,95 nếu người đó mắc ung thư và 0,03 nếu người đó không mắc ung thư. Tính xác suất khi chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng X bị ung thư nếu người này cho kết quả xét nghiệm dương tính. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm, làm tròn đến chữ số hàng chục sau dấu thập phân)
- Câu 20:** Trong cộng đồng, tỉ lệ tự nhiên của các nhóm máu O, A, B, AB lần lượt là 33,7%, 37,5%, 20,9% và 7,9%. Lấy ngẫu nhiên một người cần máu và 1 người hiến máu. Hỏi xác suất có thể thực hiện truyền máu là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười).
- Câu 21:** Một siêu thị tổ chức chương trình tri ân khách hàng, trong hộp bốc thăm trúng thưởng có 100 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng có ghi “Chúc mừng bạn trúng thưởng 1 chiếc Iphone 15 promax”. Khách hàng được chọn lên rút thăm lần lượt 2 phiếu. Gọi A là biến cố “phiếu thăm đầu trúng thưởng” và B “Phiếu thăm thứ hai trúng thưởng”.
- $P(A) = \frac{1}{50}$.
 - $P(B|A) = \frac{1}{100}$.
 - $P(\bar{B}|A) = \frac{99}{100}$.
 - Xác suất để cả hai phiếu đều trúng thưởng bằng $\frac{50}{99}$.
- Câu 22:** Lớp 12A2 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Tổng kết cuối năm lớp có 30 học sinh đạt loại giỏi gồm 18 học sinh nam và 12 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp 12A2.
- Số học sinh nữ không đạt loại giỏi là 8.
 - Xác suất chọn được một học sinh nam là $\frac{5}{9}$.
 - Xác suất chọn được một học sinh nam đạt loại giỏi là $\frac{18}{25}$.
 - Xác suất để học sinh được chọn là học sinh giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là $\frac{2}{5}$.
- Câu 23:** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,3. Gọi A và B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.
- A và B là hai biến cố độc lập.
 - Xác suất để công ty thắng đúng dự án 1 là 0,3.
 - Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
 - Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,25.

- Câu 24:** Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.
- Hai biến cố A và B độc lập.
 - Biết công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là: 0,75
 - Biết công ty không thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là: $\frac{2}{3}$
 - Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là: 0,3
- Câu 25:** Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.
- A, B là hai biến cố độc lập.
 - Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là 0,6.
 - Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
 - Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là 0,2.
- Câu 26:** Một công ty kim cương thống kê có 60% người mua kim cương là nam, có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ).
- Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là 0,4.
 - Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.
 - Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.
 - Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.
- Câu 27:** Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là 0,8.
- Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là 0,2.
 - Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là 0,32.
 - Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là 0,16.
 - Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là 0,12.
- Câu 28:** Một hộp chứa 4 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh. Lấy từ hộp hai lần liên tiếp mỗi lần 1 quả bóng. Gọi A là biến cố “Lần 2 lấy được quả màu xanh”; B là biến cố “ Lần 1 lấy được quả bóng màu đỏ”. Khi đó
- Xác suất xảy ra biến cố B là: $P(B) = \frac{2}{5}$.
 - Xác suất xảy ra biến cố A khi B xảy ra là: $P(A|B) = \frac{3}{5}$.
 - Xác suất xảy ra biến cố A khi B không xảy ra là: $P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}$.
 - Xác suất xảy ra cả biến cố A và B là: $P(AB) = \frac{4}{15}$.

- Câu 29:** Một nhóm học sinh gồm 12 nam và 13 nữ đi tham quan Công viên nước Hạ Long, tới lúc tham gia trò chơi mỗi học sinh chọn một trong hai trò chơi là Sóng thần hoặc Đảo hải tặc. Xác suất chọn trò chơi Sóng thần của mỗi học sinh nam là 0,6 và của mỗi học sinh nữ là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một bạn của nhóm. Xét tính đúng, sai của mỗi khẳng định sau?
- a) Xác suất để bạn được chọn là nam là 0,48.
 - b) Xác suất để bạn được chọn là nữ là 0,5.
 - c) Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đảo hải tặc là 0,195.
 - d) Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần là 0,156.
- Câu 30:** Ở cửa ra vào của nhà sách Hàn Thuyên có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?
- a) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.
 - b) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 1%.
 - c) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,1%.
 - d) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là 0,001%.
- Câu 31:** Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.
- a) A và B độc lập.
 - b) $P(\overline{AB}) = 0,2$.
 - c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
 - d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $\frac{1}{3}$.