

KIẾN THỨC + KỸ NĂNG CHƯƠNG NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN.

CÁC CÔNG THỨC CẦN NHỚ CHƯƠNG NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

Đạo hàm của hàm số sơ cấp	Đạo hàm của hàm hợp $u = u(x)$
$(k)' = 0$ (k là hằng số) $(x^a)' = a.x^{a-1}$	$(kx)' = k$ (k là hằng số) $(u^a)' = a.u^{a-1}.u'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(\cot^2 x + 1)$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ $(\cos u)' = -u' \sin u$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u} = u'(\tan^2 u + 1)$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} = -u'(\cot^2 u + 1)$
$(e^x)' = e^x$ $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ (a là hằng số)	$(e^u)' = u' \cdot e^u$ $(a^u)' = u' a^u \cdot \ln a$ (a là hằng số)
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$

Tính chất của đạo hàm

- $(u + v - w)' = u' + v' - w'$
- $(ku)' = ku'$ (k là hằng số)
- $(u \cdot v)' = u'v + uv'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{1}{v^2}$

* Công thức tính đạo hàm **nhANH** của hàm **hỮU TỈ** :

➤ Dạng : $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ $\Rightarrow y' = \frac{(ab' - a'b)x^2 + 2(ac' - a'c)x + (bc' - b'c)}{(a'x^2 + b'x + c')^2}$

➤ Dạng : $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ $\Rightarrow y' = \frac{ad \cdot x^2 + 2ae \cdot x + (be - dc)}{(dx + e)^2}$

➤ Dạng : $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ $\Rightarrow y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$

NGUYÊN HÀM

Bảng nguyên hàm các hàm số đơn giản

	u là hàm số theo biến x, tức là $u = u(x)$	*Trường hợp đặc biệt $u = ax + b, a \neq 0$
*Nguyên hàm của các hàm số đơn giản		
1. $\int dx = x + C$	$\int du = u + C$	
2. $\int k \cdot dx = k \cdot x + C$, k là hằng số	$\int k \cdot du = k \cdot u + C$	
3. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (ax+b)^\alpha \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
4. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{u} du = \ln u + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$
5. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{u^2} dx = -\frac{1}{u} + C$	
6. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{u}} du = 2\sqrt{u} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} du = \frac{1}{a} \cdot 2\sqrt{ax+b} + C$
*Nguyên hàm của hàm số mũ		
7. $\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u du = e^u + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
8. $\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$	$\int e^{-u} du = -e^{-u} + C$	
9. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, 0 < a \neq 1$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C, m \neq 0$
*Nguyên hàm của hàm số lượng giác		
10. $\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	$\int \cos u \cdot du = \sin u + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
11. $\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	$\int \sin u \cdot du = -\cos u + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
12. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
13. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot g(ax+b) + C$

Một số ví dụ trong trường hợp đặc biệt

*Trường hợp đặc biệt $u = ax + b$	Ví dụ
1. $\int \cos kx \cdot dx = \frac{1}{k} \sin kx + C$	$\int \cos 2x \cdot dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C, (k = 2)$
2. $\int \sin kx \cdot dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$	$\int \sin 2x \cdot dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$
3. $\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$	$\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C$
4. $\int (ax+b)^\alpha \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (2x+1)^2 \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^{2+1}}{2+1} + C = \frac{1}{6} \cdot (2x+1)^3 + C$

5. $\int \frac{1}{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$	$\int \frac{1}{3x-1} dx = \frac{1}{3} \ln 3x-1 + C$
6. $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} du = \frac{1}{a} \cdot 2\sqrt{ax+b} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{3x+5}} du = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3x+5} + C = \frac{2}{3} \sqrt{3x+5} + C$
7. $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$	$\int e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} + C$
8. $\int a^{mx+n} du = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C, m \neq 0$	$\int 5^{2x+1} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{5^{2x+1}}{\ln 5} + C$
9. $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$	$\int \cos(2x+1) dx = \frac{1}{2} \sin(2x+1) + C$
10. $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$	$\int \sin(3x-1) dx = -\frac{1}{3} \cos(3x-1) + C$
11. $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(2x+1)} dx = \frac{1}{2} \tan(2x+1) + C$
12. $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(3x+1)} dx = -\frac{1}{3} \cot(3x+1) + C$
*Chú ý: Những công thức trên có thể chứng minh bằng cách lấy đạo hàm về trái hoặc tính bằng phương pháp đổi biến số đặt $u = ax+b \Rightarrow du = ?.dx \Rightarrow dx = ?.du$	

I - PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

A. Phương pháp biến đổi số thuận $t = v(x)$

Tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(v(x))v'(x) dx$

Bước 1: Đặt $t = v(x)$, $v(x)$ có đạo hàm liên tục và đổi cận

Bước 2: Biểu thị $f(x) dx$ theo t và dt : $f(x) dx = g(t) dt$

Bước 3: Tính $I = \int_{v(a)}^{v(b)} g(t) dt$

Nếu phân tích được như trên ta áp dụng trực tiếp

$$I = \int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(v(x))v'(x) dx = \int_a^b g(v(x))d(v(x))$$

B. Phương pháp biến đổi số nghịch $x = u(t)$

Bước 1: Đặt $x = u(t)$, $t \in [\alpha; \beta]$ sao cho $u(t)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]$, $f(u(t))$ được xác định trên đoạn $[\alpha; \beta]$ và $u(\alpha) = a$; $u(\beta) = b$

Bước 2: Biểu thị $f(x) dx$ theo t và dt : $f(x) dx = g(t) dt$

Bước 3: Tính $I = \int_{\alpha}^{\beta} g(t) dt$

C. Phương pháp biến đổi số $u(x) = g(x, t)$

Dạng 1: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f(\ln x) \frac{1}{x} dx$ đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$

Dạng 2: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[\ln(\ln x)] \frac{1}{x \ln x} dx$ đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$ hoặc $u = \ln(\ln x) \Rightarrow du = \frac{1}{x \ln x} dx$

Dạng 3: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f(e^x) e^x dx$ đặt $u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$

Nếu hàm số dưới dấu tích phân có dạng $\sqrt{a.e^x + b}$ ta có thể giải theo hướng đặt $t = \sqrt{a.e^x + b}$

Dạng 4: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[\cos x] \cdot \sin x dx$ đặt $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$

Dạng 5: $I = \int_a^b f[\sin x] \cdot \cos x dx$ đặt $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$

Để tính tích phân dạng $\int \frac{a \cdot \sin 2x + b \cdot \cos 2x}{\sqrt{c + d \cdot \cos x}} dx$ ta đổi biến bằng cách đặt $t = \sqrt{c + d \cdot \cos x}$

Dạng 6: $I = \int_a^b f\left[\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right] \sin 2x dx$ đặt $u = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \Rightarrow \begin{cases} du = \sin 2x dx \\ -du = \sin 2x dx \end{cases}$

Dạng 7: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[\tan(ax+b)] \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx$ đặt $u = \tan(ax+b) \Rightarrow du = \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx$

Hoặc: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[\tan(ax+b)] (1 + \tan^2(ax+b)) dx$ đặt $u = \tan(ax+b) \Rightarrow du = \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx$

Dạng 8: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[\cot(ax+b)] \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx$ đặt $u = \cot(ax+b) \Rightarrow du = -\frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx$

Hoặc: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[\cot(ax+b)] (1 + \cot^2(ax+b)) dx$ đặt $u = \cot(ax+b) \Rightarrow du = -\frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx$

Dạng 9: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x) dx$ đặt $u = \sin x + \cos x \Rightarrow du = -(\sin x - \cos x) dx$

Dạng 10: Tính $I = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{a^2 - x^2} \cdot dx, (a > 0)$

Hoặc: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cdot dx, (a > 0)$

Đặt $x = a \sin t \Rightarrow dx = a \cos t$, với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

(Biến đổi để đưa căn bậc hai về dạng $\sqrt{A^2}$ tức là $\sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 x} = \sqrt{a^2 \cos^2 x} = a |\cos x|$)

Đổi cận: $\begin{cases} x = \alpha \\ x = \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \alpha' \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ t = \beta' \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$

Chú ý: vì $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \alpha', \beta' \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \cos t > 0$

$$\Rightarrow I = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{a^2 - x^2} \cdot dx = I = \int_{\alpha'}^{\beta'} \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 t} \cdot a \cos t dt = a^2 \int_{\alpha'}^{\beta'} \cos^2 t dt$$

Đến đây ta hạ bậc tính bình thường

Hoặc: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \int_{\alpha'}^{\beta'} \frac{a \cos t}{\sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 t}} dt = \int_{\alpha'}^{\beta'} dt$

TỔNG QUÁT:

Tính $I = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{a^2 - u^2(x)} dx, (a > 0)$ **hoặc:** $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{a^2 - u^2(x)}} dx, (a > 0)$

Tương tự: Đặt $u(x) = a \sin t$

Dạng 11 : Một số dạng khác:

- Nếu hàm dưới dấu tích phân có dạng: $\sqrt{a^2 - b^2 x}$ hay $\frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2 x}}$ ta đặt: $x = \frac{a}{b} \sin t$ với

$t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ khi đó $dx = \frac{a}{b} \cos t dt$ và $\sqrt{a^2 - b^2 x^2} = a \cos t$ hoặc $t = \sqrt{a^2 - b^2 x^2}$

- Nếu hàm dưới dấu tích phân có dạng: $\sqrt{b^2 x - a^2}$ hay $\frac{1}{\sqrt{b^2 x - a^2}}$ ta đặt: $x = \frac{a}{b} \sin t$

- Nếu hàm dưới dấu tích phân có dạng: $\sqrt{x(a - bx)}$ ta đặt: $x = \frac{a}{b} \sin^2 t$

Dạng 12: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{a^2 + x^2} \cdot dx, (a > 0)$ hoặc $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx$

Đặt $x = a \tan t$

Dạng 13: $I = \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$

Dạng 14: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(x-a)(b-x)} dx$

Dạng 15 : Nếu hàm số dưới dấu tích phân có dạng $f(x) = \frac{1}{(a^2 + b^2 x^2)^n}$ với $n = 1; 2; 3; \dots$ thì ta có

thể đặt $x = \frac{a}{b} \tan t$ với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Dạng 16: Tính tích phân: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f(x^{n+1}) x^n dx$ đặt $u = x^{n+1} \Rightarrow du = (n+1) x^n dx$

Dạng 17: Tính tích phân : $I = \int f(\sqrt{x}) \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ đặt $u = \sqrt{x} \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

Dạng 18: Tính tích phân: $I = \int f(ax+b) dx$ đặt $u = ax+b \Rightarrow du = adx$

MỘT SỐ DẠNG ĐẶC BIỆT CẦN NHỚ

1. Ta luôn có : $\int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m dx$

2. Chứng minh rằng nếu $f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên đoạn $[-a, a]$ thì :

$$I = \int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

3. Cho $a > 0$ và $f(x)$ là hàm chẵn, liên tục và xác định trên R .

Ta có :
$$\int_{-a}^a \frac{f(x)}{a^x + 1} dx = \int_0^a f(x) dx$$

4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0, 1]$. Ta luôn có :

$$\int_0^\pi x \cdot f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx$$

5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, xác định, tuần hoàn trên R và có chu kỳ T .

Ta luôn có :
$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx$$

Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, xác định, tuần hoàn trên R và có chu kỳ T , thì ta luôn có :

$$\int_0^T f(x) dx = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) dx$$

II- TÍCH PHẦN HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI, MAX – MIN

Muốn tính $I = \int_a^b |f(x)| dx$ ta đi xét dấu $f(x)$ trên đoạn $[a, b]$, khử trị tuyệt đối

Muốn tính $I = \int_a^b \max[f(x), g(x)] dx$ ta đi xét dấu $f(x) - g(x)$ trên đoạn $[a, b]$

Muốn tính $I = \int_a^b \min[f(x), g(x)] dx$ ta đi xét dấu $f(x) - g(x)$ trên đoạn $[a, b]$

Hoặc ta đưa dấu giá trị tuyệt đối ra ngoài (áp dụng cho từng khoảng nghiệm)

IV- NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ VÔ TỈ

Trong phần này ta chỉ nghiên cứu những trường hợp đơn giản của tích phân Abel

Dạng 1: $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ ở đây ta đang xét dạng hữu tỷ.

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \rightarrow ax^2 + bx + c = \frac{-\Delta}{4a} \left[1 + \left(\frac{2ax+b}{\sqrt{-\Delta}} \right)^2 \right]$$

$$\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx = \int_{t=\frac{2ax+b}{\sqrt{-\Delta}}} S(t, \sqrt{1+t^2}) dt \text{ Tới đây, đặt } t = \tan u.$$

$$\textbf{Dạng 2: } \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \rightarrow ax^2 + bx + c = \frac{-\Delta}{4a} \left[1 - \left(\frac{2ax+b}{\sqrt{-\Delta}} \right)^2 \right]$$

$$\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx = \int_{t=\frac{2ax+b}{\sqrt{-\Delta}}} S(t, \sqrt{1-t^2}) dt \text{ Tới đây, đặt } t = \sin u.$$

Dạng 3: $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \rightarrow ax^2 + bx + c = \frac{\Delta}{4a} \left[\left(\frac{2ax+b}{\sqrt{-\Delta}} \right)^2 - 1 \right]$

$$\int R\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right) dx = \int_{t=\frac{2ax+b}{\sqrt{\Delta}}} S\left(t, \sqrt{t^2 - 1}\right) dt \quad \text{Tới đây, đặt } t = \frac{1}{\sin u}.$$

Dạng 4 (dạng đặc biệt): $\int \frac{dx}{(\alpha x + \beta)\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \int_{t=\frac{1}{\alpha x + \beta}} \frac{dt}{\sqrt{\alpha t^2 + \mu t + \zeta}}$

Một số cách đặt thường gặp :

$$\int S\left(x, \sqrt{a^2 - x^2}\right) dx \quad \text{đặt } x = a \cdot \cos t \quad 0 \leq t \leq \pi$$

$$\int S\left(x, \sqrt{a^2 + x^2}\right) dx \quad \text{đặt } x = a \cdot \tan t \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$$

$$\int S\left(x, \sqrt{x^2 - a^2}\right) dx \quad \text{đặt } x = \frac{a}{\cos t} \quad t \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\int S\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right) dx \quad \text{đặt } \begin{cases} \sqrt{ax^2 + bx + c} = xt \pm \sqrt{c} & ; c > 0 \\ \sqrt{ax^2 + bx + c} = t(x - x_0) & ; ax_0 + bx_0 + c = 0 \\ \sqrt{ax^2 + bx + c} = \pm \sqrt{a} \cdot x \pm t & ; a > 0 \end{cases}$$

$$\int S\left(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx \quad \text{đặt } t = \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}} ; ad - cb \neq 0$$

V-TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

Cho hai hàm số u và v có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a, b]$, thì ta có :

$$\int_a^b u dv = [uv]_a^b - \int_a^b v du$$

Trong lúc tính tích phân từng phần ta có những ưu tiên sau :

***ưu tiên 1:** Nếu có hàm $\ln$ hay logarit thì phải đặt $u = \ln x$ hay $u = \log_a x$.

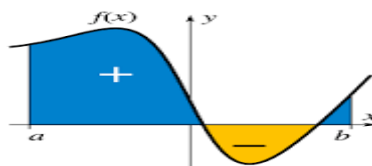
***ưu tiên 2 :** Đặt $u = ??$ mà có thể hạ bậc.

Nhớ “NHẤT LỘC, NHÌ ĐA, TAM LƯỢNG, TỨ MŨ”.

*** - KỸ THUẬT TÍNH NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN THEO SƠ ĐỒ.**

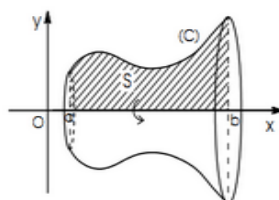
VI - ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

a. Công thức tính diện tích :



- Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:
$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$
- Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:
$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

b. Công thức tính thể tích :



- Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox ($y = 0$) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích là:
$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

c. Thể tích vật thể.

d. Bài toán vật lí.

e. Tính tổng.

f. Tính độ dài dây cung.