

## V CHUYÊN ĐỀ 3: LÔGARIT

### A – KIẾN THỨC CHUNG

#### 1. Định nghĩa:

Cho hai số dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Số  $\alpha$  thỏa mãn đẳng thức  $a^\alpha = b$  được gọi là lôgarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu là  $\log_a b$ . Ta viết:  $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$ .

#### 2. Các tính chất: Cho $a, b > 0, a \neq 1$ , ta có:

- $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$

#### 3. Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương $a, b_1, b_2$ với $a \neq 1$ , ta có

- $\log_a (b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$

#### 4. Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương $a, b_1, b_2$ với $a \neq 1$ , ta có

- $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$
- Đặc biệt: với  $a, b > 0, a \neq 1$   $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

#### 5. Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$ , với mọi $\alpha$ , ta có

- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
- Đặc biệt:  $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

#### 6. Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương $a, b, c$ với $a \neq 1, c \neq 1$ , ta có

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- Đặc biệt:  $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$  và  $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$  với  $\alpha \neq 0$ .

#### ☞ Lôgarit thập phân và Lôgarit tự nhiên

- ♦ Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Viết:  $\log_{10} b = \log b = \lg b$
- ♦ Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số  $e$ . Viết:  $\log_e b = \ln b$

## B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC CHÚA LÔGARIT

**Câu 1:** Cho các số dương  $a, b, c, d$ . Biểu thức  $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$  bằng

A. 1.

B. 0.

C.  $\ln\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)$ .

D.  $\ln(abcd)$ .

**Câu 2:** Nếu  $\log_a b = p$  thì  $\log_a a^2b^4$  bằng

A.  $4p+2$

B.  $4p+2a$

C.  $a^2 p^4$

D.  $p^4 + 2a$

**Câu 3:** Tính giá trị của biểu thức  $T = \log_{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}\right)$ .

A.  $T = \frac{11}{4}$

B.  $T = \frac{11}{24}$

C.  $T = \frac{11}{6}$

D.  $T = \frac{11}{12}$

**Câu 4:** Cho  $a, b, c > 0, c \neq 1$  và đặt  $\log_c a = m, \log_c b = n, T = \log_{\sqrt{c}}\left(\frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}}\right)$ . Tính  $T$  theo  $m, n$ .

A.  $T = \frac{3}{2}m - \frac{3}{8}n$ .

B.  $T = 6n - \frac{3}{2}m$ .

C.  $T = \frac{3}{2}m + \frac{3}{8}n$ .

D.  $T = 6m - \frac{3}{2}n$ .

**Câu 5:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$ . Giá trị của biểu thức

$A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$  là:

A. 519.

B. 729.

C. 469.

D. 129.

**Câu 6:** Cho  $\log_2 x = \sqrt{2}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x + \log_4 x$ .

A.  $P = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $P = 2\sqrt{2}$ .

D.  $P = \frac{4-\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 7:** Cho  $\frac{8\pi a^3}{3}$ ,  $\log_a c = -2$ . Giá trị của  $\log_a\left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}\right)$  bằng

A. -2.

B.  $-\frac{2}{3}$ .

C.  $-\frac{5}{6}$ .

D. 11.

**Câu 8:** Cho  $n > 1$  là một số nguyên dương. Giá trị của  $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$  bằng

A. 0.

B.  $n$ .

C.  $n!$ .

D. 1.

**Câu 9:** Cho  $a$  là số thực dương khác 1 và  $b > 0$  thỏa  $\log_a b = \sqrt{3}$ . Tính  $A = \log_{ab^2} \frac{a}{b^2}$  bằng

A.  $\frac{4\sqrt{3}-13}{11}$ .

B.  $\frac{13-4\sqrt{3}}{11}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{12}$ .

D.  $\frac{1}{12}$ .

**Câu 10:** Cho  $a, b > 0, a \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a b = \frac{b}{4}$  và  $\log_2 a = \frac{16}{b}$ . Tổng  $a+b$  bằng

A. 12.

B. 10.

C. 16.

D. 18.

**Câu 11:** Cho  $a$  là số thực dương,  $a \neq 1$  và  $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}}$ . Chọn mệnh đề đúng?

A.  $P = 3$ .

B.  $P = 15$ .

C.  $P = \frac{93}{32}$ .

D.  $P = \frac{45}{16}$ .

**Câu 12:** Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_{a^2}(a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt[3]{b}}b^{-2}$  (với  $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$ ).

- A.  $P = 2$ .      B.  $P = 1$ .      C.  $P = \sqrt{3}$ .      D.  $P = \sqrt{2}$ .

**Câu 13:** Giả sử  $p, q$  là các số thực dương sao cho  $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$ . Tìm giá trị của  $\frac{p}{q}$ .

- A.  $\frac{1}{2}(-1+\sqrt{5})$ .      B.  $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{8}{5}$ .

**Câu 14:** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1, thoả  $\log_{a^2}b + \log_{b^2}a = 1$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.  $a = \frac{1}{b}$ .      B.  $a = b$ .      C.  $a = \frac{1}{b^2}$ .      D.  $a = b^2$ .

**Câu 15:** Cho  $a, b$  là các số thực dương và  $ab \neq 1$  thoả mãn  $\log_{ab}a^2 = 3$  thì giá trị của  $\log_{ab}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$  bằng:

- A.  $\frac{3}{8}$ .      B.  $\frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{8}{3}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 16:** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1 và thoả mãn  $\log_a b = 3$ . Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}.$$

- A.  $T = 1$ .      B.  $T = 4$ .      C.  $T = -\frac{3}{4}$ .      D.  $T = -4$ .

**Câu 17:** Cho  $0 < x < \frac{\pi}{2}, \cos x = \frac{3}{\sqrt{10}}$ . Tính  $P = \lg \sin x + \lg \cos x + \lg \tan x$

- A.  $-1$ .      B.  $\frac{3}{10}$ .      C.  $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ .      D.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ .

**Câu 18:** Cho  $\log_2 x = 4; \log_x y = 4; \log_y z = \frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $x + y + z$  là

- A. 65808.      B. 65880.      C. 65088.      D. 65080.

**Câu 19:** Cho  $\log_3 x = \sqrt{3}$ . Giá trị của biểu thức  $P = \log_3 x^2 + \log_{\frac{1}{3}}x^3 + \log_9 x$  bằng

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{6-5\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $3\sqrt{3}$ .

**Câu 20:** Biết  $\log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0$ , khi đó giá trị của biểu thức  $A = 2y + 1$  là:

- A. 33.      B. 17.      C. 65.      D. 133.

**Câu 21:** Giá trị của biểu thức  $A = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$  là:

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C. 1.      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 22:** Tính  $B = \lg \tan 1^\circ \cdot \lg \tan 2^\circ \dots \lg \tan 89^\circ$

- A.  $B = 0$ .      B.  $B = 10$ .      C.  $B = 9$ .      D.  $B = 6$ .

**Câu 23:** Tính  $A = \lg \tan 1^\circ + \lg \tan 2^\circ + \dots + \lg \tan 89^\circ$

- A.  $A = 0$ .      B.  $A = 1$ .      C.  $A = 2$ .      D.  $A = 5$ .

**Câu 24:** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương ( $a, b \neq 1$ ) và  $\log_a b = 5, \log_b c = 7$ .

Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{c}\right)$ .

- A.  $P = \frac{2}{7}$ .      B.  $P = -15$ .      C.  $P = \frac{1}{14}$ .      D.  $P = -60$ .

**Câu 25:** Tính giá trị của biểu thức:  $Q = \log_a(a\sqrt{b}) - \log_{\sqrt{a}}(a\cdot\sqrt[4]{b}) + \log_{\sqrt[3]{b}}(b)$  biết rằng a, b là các số thực dương khác 1.

- A.  $Q = 2$       B.  $Q = 3$       C.  $Q = 4$       D.  $Q = 5$

**Câu 26:** Tính giá trị của biểu thức sau:  $\log_{\frac{1}{a}}^2 a^2 + \log_{a^2} a^{\frac{1}{2}} (1 \neq a > 0)$ .

- A.  $\frac{17}{4}$       B.  $\frac{13}{4}$       C.  $-\frac{11}{4}$       D.  $-\frac{15}{4}$

**Câu 27:** Tính giá trị của biểu thức sau:  $B = 15 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{81^{\log_3 5}}{27^{\log_9 36} + 3^{\log_9 2401}}$

- A.  $\frac{1609}{53}$       B.  $\frac{1906}{53}$       C.  $\frac{1909}{53}$       D.  $\frac{1606}{53}$

**Câu 28:** Tính giá trị của biểu thức sau:  $A = \log_2 4\sqrt[3]{16} - 2 \log_{\frac{1}{3}} 27\sqrt[3]{3} + \frac{4^{2+\log_2 3}}{\log_9 2 + \log_{\frac{1}{3}} 5}$

- A.  $10 + \frac{144}{5\sqrt{2}}$       B.  $10 - \frac{144}{5\sqrt{2}}$       C.  $5\sqrt{2} + \frac{144}{10}$       D.  $5\sqrt{2} - \frac{144}{\sqrt{10}}$

**Câu 29:** Tính:  $B = \log_a \left( \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[4]{a}} \right)$

- A.  $\frac{173}{60}$ .      B.  $\frac{177}{50}$ .      C.  $\frac{173}{90}$ .      D.  $\frac{173}{30}$ .

**Câu 30:** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn  $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$ . Tính tỉ số  $T = \frac{a}{b}$ .

- A.  $T = \frac{5}{4}$       B.  $T = \frac{2}{3}$       C.  $T = \frac{3}{2}$       D.  $T = \frac{4}{5}$

**Câu 31:** Cho biết  $\log_2 a + \log_3 b = 5$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $P = a \log_{\sqrt{2}} a^2 + \log_3 b^3 \cdot \log_2 4^a$  bằng:

- A.  $30a$ .      B. 1.      C.  $5a$ .      D. 0.

**Câu 32:** Giả sử p, q là các số thực dương sao cho  $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$ . Tìm giá trị của  $\frac{p}{q}$ .

- A.  $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$ .      B.  $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{8}{5}$ .

**Câu 33:** Cho x, y là các số thực dương thỏa  $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left( \frac{x+y}{6} \right)$ . Tính tỉ số  $\frac{x}{y}$

- A.  $\frac{x}{y} = 4$ .      B.  $\frac{x}{y} = 3$ .      C.  $\frac{x}{y} = 5$ .      D.  $\frac{x}{y} = 2$ .

**Câu 34:** Cho  $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x+y)$ . Giá trị của tỷ số  $\frac{x}{y}$  là

- A.  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ .      B.  $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ .      C. 1.      D. 2.

**Câu 35:** Nếu  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$  thì giá trị của ab là

- A.  $2^9$ .      B.  $2^{18}$ .      C. 8.      D. 2.

**Câu 36:** Tính giá trị của biểu thức  $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$ .

- A.  $P=1$ .      B.  $P=\frac{1}{2}$ .      C.  $P=0$ .      D.  $P=2$ .

**Câu 37:** Cho các số dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a(bc)=2$ ,  $\log_b(ca)=4$ . Tính giá trị của biểu thức  $\log_c(ab)$ .

- A.  $\frac{6}{5}$ .      B.  $\frac{8}{7}$ .      C.  $\frac{10}{9}$ .      D.  $\frac{7}{6}$ .

**Câu 38:** Cho  $x=2000!$ . Giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$  là:

- A. 1.      B. -1.      C.  $\frac{1}{5}$ .      D. 2000.

**Câu 39:** Cho  $a, b$  là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn  $\log_a^2 b - 8\log_b(a\sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2017$ .

- A.  $P=2019$ .      B.  $P=2020$ .      C.  $P=2017$ .      D.  $P=2016$ .

**Câu 40:** Cho biểu thức  $P = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$ , với  $a$  là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $P = 2\ln^2 a + 1$ .      B.  $P = 2\ln^2 a + 2$ .      C.  $P = 2\ln^2 a$ .      D.  $P = \ln^2 a + 2$ .

**Câu 41:** Cho số thực  $x$  thỏa  $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ . Tính giá trị  $P = (\log_2 x)^2$ .

- A.  $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $P = 3\sqrt{3}$ .      C.  $P = 27$ .      D.  $P = \frac{1}{3}$ .

**Câu 42:** Cho  $\log_a(a^2b^3)=1$ . Khi đó giá trị biểu thức  $\log_{a^2b^3}\frac{\sqrt[5]{a^3b^2}}{ab^3}$  là

- A.  $\frac{7}{15}$ .      B.  $\frac{15}{7}$ .      C.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ .

**Câu 43:** Cho  $\log_7 12 = x$ ,  $\log_{12} 24 = y$  và  $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$ , trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên.

- Tính giá trị biểu thức  $S = a+2b+3c$ .  
A.  $S=4$ .      B.  $S=19$ .      C.  $S=10$ .      D.  $S=15$ .

**Câu 44:** Cho  $n$  là số nguyên dương, tìm  $n$  sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

- A. 2017.      B. 2019.      C. 2016.      D. 2018.

**Câu 45:** Cho các số thực dương  $a, b, c$  lần lượt là số hạng thứ  $m, n, p$  của một cấp số cộng và một cấp số nhân. Tính  $P = (b-c)\log_3 a + 2(c-a)\log_9 b + 3(a-b)\log_{27} c$ .

- A.  $P=3$       B.  $P=1$       C.  $P=0$       D.  $P=2$

**Câu 46:** Cho hai số thực  $a, b$  thay đổi thỏa mãn  $a > b > 1$ . Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = (\log_a b^2)^2 + 6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2$  là  $m + \sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{p}$  với  $m, n, p$  là các số nguyên. Tính  $T = m+n+p$ .

- A.  $T=-1$ .      B.  $T=0$ .      C.  $T=-14$ .      D.  $T=6$ .

**Câu 47:** Cho hai số  $a, b$  dương thỏa mãn điều kiện:  $a-b = \frac{a \cdot 2^b - b \cdot 2^a}{2^a + 2^b}$ . Tính  $P = 2017^a - 2017^b$ .

A. 0.

B. 2016.

C. 2017.

D. -1.

**BIẾN ĐỔI, RÚT GỌN, BIỂU DIỄN BIẾU THỨC CHÚA LÔGARIT****Câu 48:** Nếu  $\log 4 = a$  thì  $\log 4000$  bằngA.  $3+a$ .B.  $4+a$ .C.  $3+2a$ .D.  $4+2a$ .**Câu 49:** Cho các số thực  $a < b < 0$ . Mệnh đề nào sau đây sai?A.  $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$ .B.  $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$ C.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$ .D.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$ .**Câu 50:** Với các số thực dương  $x, y$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?A.  $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$ .B.  $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$ .C.  $\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 2\log_2 x - \log_2 y$ .D.  $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$ .**Câu 51:** Với  $a, b, c > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $\alpha \neq 0$  bất kỳ. Tìm mệnh đề sai.A.  $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ .B.  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ .C.  $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ .D.  $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$ .**Câu 52:** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?A.  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .B.  $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$ .C.  $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$ .D.  $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$ .**Câu 53:** Giả sử  $x, y$  là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây sai?A.  $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$ .B.  $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$ .C.  $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$ .D.  $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$ .**Câu 54:** Cho  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , khẳng định nào sau đây sai?A.  $\log_a a^2 = 2$ .B.  $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$ .C.  $\log_a 2a = 2$ .

D.

 $\log_a 2a = 1 + \log_a 2$ .**Câu 55:** Với  $a; b$  là các số thực dương và  $m; n$  là các số nguyên, mệnh đề nào sau đây sai?A.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .B.  $\log a + \log b = \log(a \cdot b)$ .C.  $\log a - \log b = \frac{\log a}{\log b}$ .D.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ .**Câu 56:** Cho  $a$  là số dương khác 1,  $b$  là số dương và  $\alpha$  là số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?A.  $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ .B.  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ .C.  $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ .D.  $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ .**Câu 57:** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log(ab) = \log(a+b)$ .  
 C.  $\log(ab) = \log a + \log b$ .

- B.  $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$ .  
 D.  $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$ .

Câu 58: Cho  $a, b, c$  là các số thực dương và  $a, b, c \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\log_a c = \log_b a \cdot \log_b c$ .  
 B.  $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ .  
 C.  $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$ .  
 D.  $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ .

Câu 59: Cho  $\log_a b = \alpha$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $b = \alpha^a$ .  
 B.  $b = a^\alpha$ .  
 C.  $b = \alpha \cdot a$ .  
 D.  $a = b^\alpha$ .

Câu 60: Cho  $a, b$  là các số thực dương,  $a \neq 1$ . Rút gọn biểu thức:  $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$

- A.  $P = |\log_a b|$ .  
 B.  $P = |\log_a b - 1|$ .  
 C.  $P = |\log_a b + 1|$ .  
 D.  $P = 0$ .

Câu 61: Gọi  $T = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x}}$ , với  $a, b, c, x$  thích hợp để biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A.  $T = \log_{abcd} x$ .  
 B.  $T = \log_x abcd$ .  
 C.  $T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$ .  
 D.  $T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$ .

Câu 62: Cho  $a, b, x$  là các số thực dương. Biết  $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$ , tính  $x$  theo  $a$  và  $b$

- A.  $x = \frac{a^4}{b}$ .  
 B.  $x = 4a - b$ .  
 C.  $x = \frac{a}{b}$ .  
 D.  $x = a^4 - b$ .

Câu 63: Nếu  $\log_7 x = \log_7 ab^2 - \log_7 a^3b$  ( $a, b > 0$ ) thì  $x$  nhận giá trị bằng

- A.  $a^2b$ .  
 B.  $ab^2$ .  
 C.  $a^2b^2$ .  
 D.  $a^{-2}b$ .

Câu 64: Đặt  $\log_2 6 = m$ . Hãy biểu diễn  $\log_9 6$  theo  $m$ .

- A.  $\log_9 6 = \frac{m}{2(m+1)}$ .  
 B.  $\log_9 6 = \frac{m}{2(m-1)}$ .  
 C.  $\log_9 6 = \frac{m}{m+1}$ .  
 D.  $\log_9 6 = \frac{m}{m-1}$ .

Câu 65: Đặt  $a = \log_3 15; b = \log_3 10$ . Hãy biểu diễn  $\log_{\sqrt{3}} 50$  theo  $a$  và  $b$ .

- A.  $\log_{\sqrt{3}} 50 = (a+b-1)$   
 B.  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a+b-1)$   
 C.  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a+b-1)$   
 D.  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a+b-1)$

Câu 66: Đặt  $a = \log_3 4, b = \log_5 4$ . Hãy biểu diễn  $\log_{12} 80$  theo  $a$  và  $b$ .

- A.  $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$ .  
 B.  $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab}$ .  
 C.  $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$ .  
 D.  $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ .

Câu 67: Cho  $P = \log_m 16m$  và  $a = \log_2 m$  với  $m$  là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $P = 3 - a^2$ .

B.  $P = \frac{4+a}{a}$ .

C.  $P = \frac{3+a}{a}$ .

D.  $P = 3 + a\sqrt{a}$ .

Câu 68: Cho  $a = \log_2 20$ . Tính  $\log_{20} 5$  theo  $a$ .

A.  $\frac{5a}{2}$ .

B.  $\frac{a+1}{a}$ .

C.  $\frac{a-2}{a}$ .

D.  $\frac{a+1}{a-2}$ .

Câu 69: Cho  $\log_2 3 = a$ ;  $\log_2 7 = b$ . Tính  $\log_2 2016$  theo  $a$  và  $b$ .

A.  $5 + 2a + b$ .

B.  $5 + 3a + 2b$ .

C.  $2 + 2a + 3b$ .

D.  $2 + 3a + 2b$ .

Câu 70: Cho  $a, b$  là hai số thực dương, khác 1. Đặt  $\log_a b = m$ , tính theo  $m$  giá trị của

$P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$ .

A.  $\frac{4m^2 - 3}{2m}$ .

B.  $\frac{m^2 - 12}{2m}$ .

C.  $\frac{m^2 - 12}{m}$ .

D.  $\frac{m^2 - 3}{2m}$ .

Câu 71: Đặt  $\log_3 5 = a$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\log_{15} 75 = \frac{a+1}{2a+1}$ .

B.  $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a+1}$ .

C.  $\log_{15} 75 = \frac{2a-1}{a+1}$ .

D.  $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a-1}$ .

Câu 72: Cho  $a = \log_2 3$ ;  $b = \log_3 5$ ;  $c = \log_7 2$ . Hãy tính  $\log_{140} 63$  theo  $a, b, c$ .

A.  $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$ .

B.  $\frac{2ac+1}{abc+2c-1}$ .

C.  $\frac{2ac+1}{abc-2c+1}$ .

D.  $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$ .

Câu 73: Cho  $\log_2 5 = a$ ,  $\log_3 5 = b$ . Khi đó  $\log_6 5$  tính theo  $a$  và  $b$  là

A.  $\frac{1}{a+b}$ .

B.  $\frac{ab}{a+b}$ .

C.  $a+b$ .

D.  $a^2 + b^2$ .

Câu 74: Cho  $\log_{27} 5 = a$ ,  $\log_8 7 = b$ ,  $\log_2 3 = c$ . Tính  $\log_{12} 35$

A.  $\frac{3b+3ac}{c+2}$ .

B.  $\frac{3b+2ac}{c+2}$ .

C.  $\frac{3b+2ac}{c+3}$ .

D.  $\frac{3b+3ac}{c+1}$ .

Câu 75: Cho  $a = \log_2 3$ ,  $b = \log_2 5$ ,  $c = \log_2 7$ . Biểu thức biểu diễn  $\log_{60} 1050$  là

A.  $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+b+2c}{1+2a+b}$ .

B.  $\log_{60} 1050 = \frac{1+2a+b+c}{2+a+b}$ .

C.  $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{1+2a+b}$ .

D.  $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{2+a+b}$ .

Câu 76: Nếu  $a = \log_{30} 3$  và  $b = \log_{30} 5$  thì

A.  $\log_{30} 1350 = 2a+b+2$ .

B.  $\log_{30} 1350 = 2a+b+1$ .

C.  $\log_{30} 1350 = a+2b+1$ .

D.  $\log_{30} 1350 = a+2b+2$ .

Câu 77: Cho  $\log_{12} 27 = a$  thì  $\log_6 16$  tính theo  $a$  là:

A.  $\frac{3-a}{3+a}$ .

B.  $\frac{a+3}{4(3-a)}$ .

C.  $\frac{a+3}{a-3}$ .

D.  $\frac{4(3-a)}{3+a}$ .

Câu 78: Cho  $a = \log_2 m$  với  $0 < m \neq 1$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A.  $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$ .

B.  $\log_m 8m = (3-a)a$ .

C.  $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$ .

D.

$\log_m 8m = (3+a)a$ .

Câu 79: Cho  $a, b > 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a^{\ln b} = b^{\ln a}$ .

B.  $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$ .

C.  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$ .

D.  $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b})$ .

Câu 80: Cho  $a, b, c, d$  là các số thực dương, khác 1 bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{c}{d}$ .

B.  $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}$ .

C.  $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{c}{d}$ .

D.  $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{d}{c}$ .

**Câu 81:** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\Rightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{2}$ .

B.  $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$ .

C.  $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$ .

D.  $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$ .

**Câu 82:** Với mọi số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A.  $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a < b$ .

B.  $\log_2(a^2 + b^2) = 2\log(a+b)$ .

C.  $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a \geq b$ .

D.  $\log_2 a^2 = \frac{1}{2}\log_2 a$ .

**Câu 83:** Cho hai số thực dương  $a$  và  $b$ , với  $a \neq 1$ . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a b$ .

B.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$ .

C.  $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$ .

D.  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$ .

**Câu 84:** Với mọi số tự nhiên  $n$ , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A.  $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ c">\nexists$

B.  $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ c">\nexists$

C.  $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ c">\nexists$

D.  $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ c">\nexists$

**Câu 85:** Tính:  $C = \log_5 \log_5 \underbrace{\sqrt[5]{\sqrt[5]{\dots \sqrt[5]{5}}}}_{n \text{ dấu căn}}$  ( $n$  dấu căn)

A.  $-n$ .

B.  $3n$ .

C.  $-3n$ .

D.  $2n$ .

**Câu 86:** Gọi  $(x; y)$  là nghiệm nguyên của phương trình  $2x+y=3$  sao cho  $P=x+y$  là số dương nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\log_2 x + \log_3 y$  không xác định.

B.  $\log_2(x+y)=1$ .

C.  $\log_2(x+y) > 1$ .

D.  $\log_2(x+y) > 0$ .

**Câu 87:** Gọi  $c$  là cạnh huyền,  $a, b$  là hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A.  $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2\log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

B.  $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a > 2\log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

C.  $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a < 2\log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

D.  $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

**Câu 88:** Cho  $a, b$  là độ dài hai cạnh góc vuông,  $c$  là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông, trong đó  $c-b \neq 1$  và  $c+b \neq 1$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

A.  $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ .

B.  $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -2\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ .

C.  $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ .

D.  $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ .

**Câu 89:** Có tất cả bao nhiêu số dương  $a$  thỏa mãn đẳng thức  $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

**Câu 90:** Rút gọn biểu thức  $A = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b)\log_b a - 1$  ta được kết quả là:

- A.  $\frac{1}{\log_b a}$       B.  $-\log_b a$       C.  $\log_b a$       D.  $\frac{\log_b a}{3}$

**Câu 91:** Cho  $a, b, x$  là các số dương, khác 1 và thỏa mãn  $4\log_a^2 x + 3\log_b^2 x = 8\log_a x \cdot \log_b x$  (1).

Mệnh đề (1) tương đương với mệnh đề nào sau đây?

- A.  $a^3 = b^2$ .      B.  $x = ab$ .      C.  $a = b^2$ .      D.  $a = b^2$  hoặc  $a^3 = b^2$ .

**Câu 92:** Cho  $a, b$  là các số hữu tỉ thỏa mãn:  $\log_2 \sqrt[6]{360} - \log_2 \sqrt{2} = a \log_2 3 + b \log_2 5$ . Tính  $a + b$ .

- A. 5.      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 2.      D. 0.

**Câu 93:** Cho  $\frac{\log a}{p} = \frac{\log b}{q} = \frac{\log c}{r} = \log x \neq 0$ ;  $\frac{b^2}{ac} = x^y$ . Tính  $y$  theo  $p, q, r$ .

- A.  $y = q^2 - pr$ .      B.  $y = \frac{p+r}{2q}$ .      C.  $y = 2q - p - r$ .      D.  $y = 2q - pr$ .

**Câu 94:** Kết quả rút gọn của biểu thức  $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2}(\log_a b - \log_{ab} b)\sqrt{\log_a b}$  là:

- A.  $\sqrt[3]{\log_a b}$ .      B.  $\sqrt{\log_a b}$ .      C.  $(\sqrt{\log_a b})^3$ .      D.  $\log_a b$ .

**Câu 95:** Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $y = 10^{\frac{1}{1-\log x}}$ ,  $z = 10^{\frac{1}{1-\log y}}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $x = 10^{\frac{-1}{1-\log z}}$ .      B.  $x = 10^{\frac{1}{1-\ln z}}$ .      C.  $x = 10^{\frac{1}{1+\log z}}$ .      D.  $x = 10^{\frac{1}{1-\log z}}$ .

**Câu 96:** Cho các số dương  $a, b$  thỏa mãn  $4a^2 - 9b^2 = 13ab$ . Chọn mệnh đề đúng?

- A.  $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .      B.  $\frac{1}{4}\log(2a+3b) = 3\log a + 2\log b$ .  
 C.  $\log \sqrt{2a+3b} = \log \sqrt{a} + 2\log \sqrt{b}$ .      D.  $\log\left(\frac{2a+3b}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .

**Câu 97:** Cho  $a > 0; b > 0$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 14ab$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A.  $\log \frac{a+b}{4} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .      B.  $2(\log a + \log b) = \log(14ab)$ .  
 C.  $\log(a+b) = 2(\log a + \log b)$ .      D.  $\log(a+b) - 4 = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .

**Câu 98:** Đặt  $a = \ln 2$  và  $b = \ln 3$ . Biểu diễn  $S = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{71}{72}$  theo  $a$  và  $b$ :

- A.  $S = -3a - 2b$ .      B.  $S = -3a + 2b$ .      C.  $S = 3a + 2b$ .      D.  $S = 3a - 2b$

**Câu 99:** Cho  $a = \log_4 3$ ,  $b = \log_{25} 2$ . Hãy tính  $\log_{60} \sqrt{150}$  theo  $a, b$ .

- A.  $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2+2b+ab}{1+4b+2ab}$ .      B.  $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$ .  
 C.  $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+2ab}$ .      D.  $\log_{60} \sqrt{150} = 4 \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$ .

**Câu 100:** Biết  $\log_{27} 5 = a$ ,  $\log_8 7 = b$ ,  $\log_2 3 = c$  thì  $\log_{12} 35$  tính theo  $a, b, c$  bằng:

- A.  $\frac{3(b+ac)}{c+2}$ .      B.  $\frac{3b+2ac}{c+1}$ .      C.  $\frac{3b+2ac}{c+2}$ .      D.  $\frac{3(b+ac)}{c+1}$ .

**Câu 101:** Cho  $a, b, c > 0, c \neq 1$  và đặt  $\log_c a = m$ ,  $\log_c b = n$ ,  $T = \log_{\sqrt{c}} \left( \frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}} \right)$ . Tính  $T$  theo  $m, n$ .

- A.  $T = \frac{3}{2}m - \frac{3}{8}n$ .      B.  $T = 6n - \frac{3}{2}m$ .      C.  $T = \frac{3}{2}m + \frac{3}{8}n$ .      D.  $T = 6m - \frac{3}{2}n$ .

Câu 102: Cho  $\log_3 5 = a$ ,  $\log_5 2 = b$ ,  $\log_3 11 = c$ . Khi đó  $\log_{216} 495$  bằng

- A.  $\frac{a+c}{3ab+3}$ .      B.  $\frac{a+c+2}{3ab}$ .      C.  $\frac{a+c+2}{ab+3}$ .      D.  $\frac{a+c+2}{3ab+3}$ .

Câu 103: Cho  $a, b$  là các số thực dương thoả mãn  $a^2 + b^2 = 14ab$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$       B.  $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$ .  
 C.  $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$ .      D.  $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$ .

Câu 104: Với  $a > 0, a \neq 1$ , cho biết:  $t = a^{\frac{1}{1-\log_a u}}$ ;  $v = a^{\frac{1}{1-\log_a t}}$ . Chọn khẳng định đúng:

- A.  $u = a^{\frac{-1}{1-\log_a v}}$ .      B.  $u = a^{\frac{1}{1+\log_a t}}$ .      C.  $u = a^{\frac{1}{1+\log_a v}}$ .      D.  $u = a^{\frac{1}{1-\log_a v}}$ .

### SO SÁNH CÁC BIỂU THỨC LÔGARIT

Câu 105: Trong bốn số  $3^{\log_3 4}$ ,  $3^{2\log_3 2}$ ,  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ ,  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$  số nào nhỏ hơn 1?

- A.  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$ .      B.  $3^{2\log_3 2}$ .      C.  $3^{\log_3 4}$ .      D.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ .

Câu 106: Cho  $x = \log_6 5$ ,  $y = \log_2 3$ ,  $z = \log_4 10$ ,  $t = \log_7 5$ . Chọn thứ tự đúng.

- A.  $z > x > t > y$ .      B.  $z > y > t > x$ .      C.  $y > z > x > t$ .      D.  $z > y > x > t$ .

Câu 107: Cho  $\log_5 x > 0$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_x 5 \leq \log_x 4$ .      B.  $\log_x 5 > \log_x 6$ .      C.  $\log_5 x = \log_x 5$ .      D.  $\log_5 x > \log_6 x$ .

Câu 108: Cho  $a, b, c > 0$  và  $a < 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$ .      D.  $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$ .  
 C.  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .      D.  $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$ .

### Hướng dẫn giải

Câu D sai, vì  $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$  (do  $0 < a < 1$ )

Câu 109: Cho  $a, b, c > 0$  và  $a, b \neq 1$ , Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $a^{\log_a b} = b$ .      B.  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ .  
 C.  $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$ .      D.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .

Câu 110: Cho các số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$  và  $\log_a b < 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$ .

Câu 111: Cho  $0 < a < b < 1$  mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\log_b a > \log_a b$ .      B.  $\log_a b > 1$ .      C.  $\log_b a < 0$ .      D.  $\log_a b > \log_b a$ .

Câu 112: Các số  $\log_3 2$ ,  $\log_2 3$ ,  $\log_3 11$  được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

- A.  $\log_3 2$ ,  $\log_3 11$ ,  $\log_2 3$ .      B.  $\log_3 2$ ,  $\log_2 3$ ,  $\log_3 11$ .  
 C.  $\log_2 3$ ,  $\log_3 2$ ,  $\log_3 11$ .      D.  $\log_3 11$ ,  $\log_3 2$ ,  $\log_2 3$ .

**Câu 113:** Cho các số thực  $a, b$  thỏa  $1 < a < b$ . Khẳng định nào sau đây đúng.

A.  $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$ .

B.  $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$ .

C.  $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$ .

D.  $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$ .

### Hướng dẫn giải

Một hệ thức đúng với mọi  $1 < a < b$  thì các trường hợp riêng cũng sẽ đúng.

Ta chọn  $a = 2, b = 3$  và bấm máy kiểm tra từng đáp án chỉ có A đúng.

**Chọn D.**

**Câu 114:** Cho 2 số  $\log_{1999} 2000$  và  $\log_{2000} 2001$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A.  $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$ .

B. Hai số trên nhỏ hơn 1.

C. Hai số trên lớn hơn 2.

D.  $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$ .

**Câu 115:** Cho  $a, b, c > 0$  đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = 1$ .

B.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > 1$ .

C.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > -1$ .

D.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} < 1$ .

**Câu 116:** Nếu  $(0,1a)^{\sqrt{3}} < (0,1a)^{\sqrt{2}}$  và  $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{1}{\sqrt{2}}$  thì:

A.  $\begin{cases} a > 10 \\ b < 1 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ b > 1 \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} a > 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$ .

**Câu 117:** Cho  $0 < x < 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A.  $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$

B.  $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$

C.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$ .

D.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$

**Câu 118:** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$  và  $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
A.  $a > 1, b > 1$ .      B.  $a > 1, 0 < b < a$ .      C.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .      D.  $0 < a < 1, b > 1$ .

**Câu 119:** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa  $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{5}}$  và  $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{5}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?  
A.  $0 < \log_a b < 1$ .      B.  $\log_a b > 1$ .      C.  $\log_b a < 0$ .      D.  $0 < \log_b a < 1$ .

**Câu 120:** Cho  $a > b > 1$ . Gọi  $M = \log_a b$ ;  $N = \log_{ab} b$ ;  $P = \log_{\frac{a}{b}} b$ . Chọn mệnh đề đúng.

A.  $N > P > M$ .      B.  $N > M > P$ .      C.  $M > N > P$ .      D.  $M > P > N$ .

**Câu 121:** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $e < a < b$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

A.  $\ln ab > 2$ .

B.  $\log_a e + \log_b e < 2$ .

C.  $\ln \frac{a}{b} > 0$ .

D.  $\ln b > \ln a$ .

**Câu 122:** Với mọi số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a < b$ .

B.  $\log_2(a^2 + b^2) = 2 \log(a+b)$ .

C.  $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a \geq b$ .

D.  $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$ .

**Câu 123:** Cho  $a, b, c > 0$  và  $a > 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$ .

B.  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .

C.  $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$ .

D.  $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$ .

**Câu 124:** Khẳng định nào sau đây là sai?

A.  $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .

B.  $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ .

C.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

D.  $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ .

**Câu 125:** Cho  $a \log_6 3 + b \log_6 2 + c \log_6 5 = 5$ , với  $a, b$  và  $c$  là các số hữu tỷ. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A.  $a = b$ .

B.  $a > b$ .

C.  $b > a$ .

D.  $c > a > b$ .

**Câu 126:** Cho  $a, b \in \mathbb{Q}_+^* \setminus \{1\}$  thỏa mãn:  $a^{\frac{13}{7}} < a^{\frac{15}{8}}$  và  $\log_b (\sqrt{2} + \sqrt{5}) > \log_b (2 + \sqrt{3})$ . Khẳng định đúng là

A.  $0 < a < 1, b > 1$ .

B.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .

C.  $a > 1, b > 1$ .

D.  $a > 1, 0 < b < 1$ .

# *GV. ĐÀO PHƯƠNG THẢO - LT*