

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG CÂU 17. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

KIẾN THỨC CẦN NHỚ HÌNH HỌC KHỐI ĐA DIỆN

1. Thể tích khối chóp

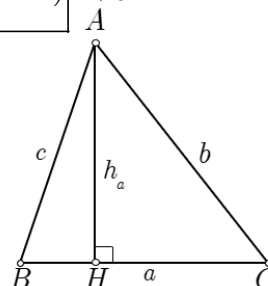
$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot d(\text{đỉnh; mặt phẳng đáy}) \Rightarrow V_{\text{tứ diện đều}} = \frac{(\text{cạnh})^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$$

2. Xác định diện tích đáy thường gặp

① Diện tích tam giác thường

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ (Heron)}. \text{ Với:}$$

- a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác.
- h_a là chiều cao xuất phát từ đỉnh A .
- $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi.
- R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp.



② Diện tích tam giác đặc biệt

- $S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2} \times (\text{tích hai cạnh góc vuông})$.
- $S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}$.
- $S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \times \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chiều cao tam giác đều} = \frac{\text{cạnh} \times \sqrt{3}}{2}$.

③ Diện tích hình chữ nhật: $S_{\text{hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}$.

- Diện tích hình vuông: $S_{\text{hình vuông}} = (\text{cạnh})^2$.
- Đường chéo hình vuông = $\text{cạnh} \times \sqrt{2}$.

④ Diện tích hình thang: $S_{\text{hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \times \text{chiều cao}}{2}$.

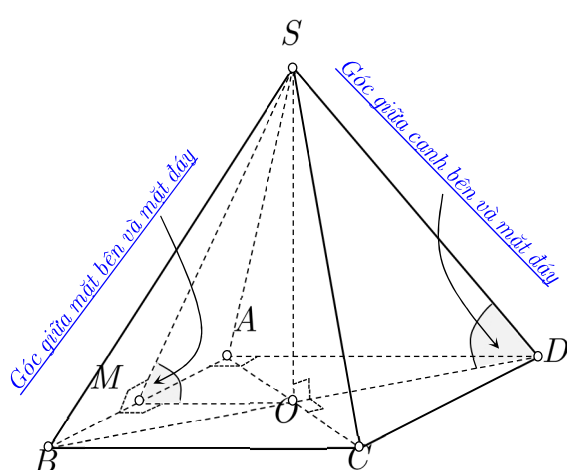
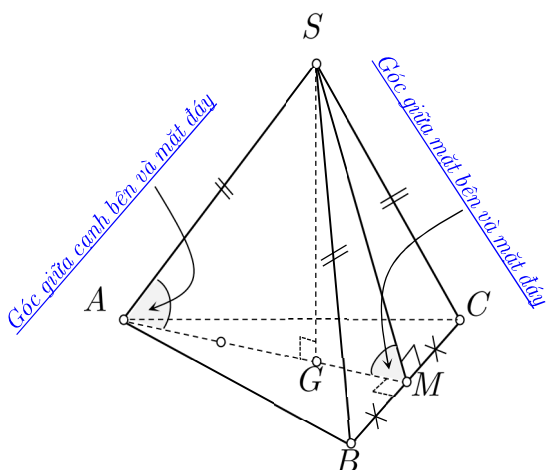
$\Rightarrow$ Diện tích hình bình hành: $S_{\text{hbh}} = \text{đường cao} \times \text{cạnh đáy tương ứng}$
 $= \text{tích hai cạnh liên tiếp} \times \sin \text{góc kẹp}$.

⑤ Diện tích tứ giác có 2 đường chéo vuông góc: $S = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2}$.

$\Rightarrow$ Diện tích hình thoi: $S_{\text{hình thoi}} = \frac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}$.

3. Các tính chất cần nhớ về hình chóp đều

- **Đáy là đa giác đều** (hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).
- **Chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy** (hình chóp tam giác đều có chân đường cao trùng với trọng tâm G , hình chóp tứ giác đều có chân đường cao trùng với tâm O của hình vuông).
- Các mặt bên là những tam giác cân và bằng nhau.
- Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau.
- Góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.



4. Các hệ thức trong tam giác

① Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

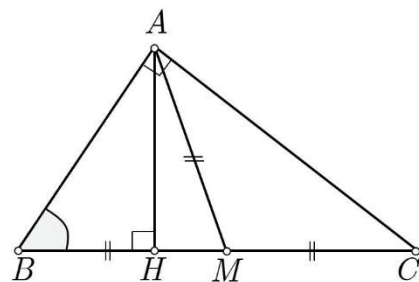
$$\bullet \text{ Pitago: } BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \begin{cases} \bullet BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} \\ \bullet AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} \\ \bullet AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} \end{cases}$$

$$\bullet AB^2 = BH \cdot BC \text{ và } AC^2 = CH \cdot CB.$$

$$\bullet \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \text{ và } AH^2 = HB \cdot HC.$$

$$\bullet \text{ Trung tuyến: } AM = \frac{1}{2} BC.$$

$$\bullet \sin \widehat{ABC} = \frac{\text{đối}}{\text{huyền}} = \frac{AC}{BC}; \cos \widehat{ABC} = \frac{\text{kề}}{\text{huyền}} = \frac{AB}{BC}; \tan \widehat{ABC} = \frac{\text{đối}}{\text{kề}} = \frac{AC}{AB}.$$



② Hệ thức lượng trong tam giác thường

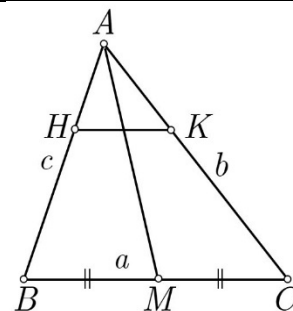
Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\bullet \text{ Định lý hàm sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

$$\bullet \text{ Định lý hàm cos: } \begin{cases} \circ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A} \Rightarrow \cos \widehat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \circ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \widehat{B} \Rightarrow \cos \widehat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \circ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \widehat{C} \Rightarrow \cos \widehat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$$

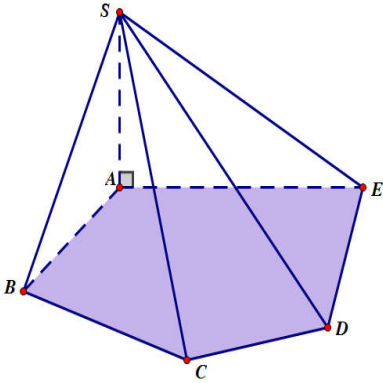
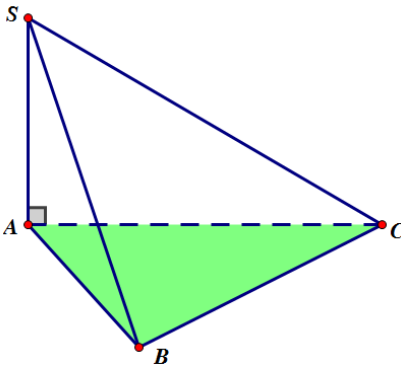
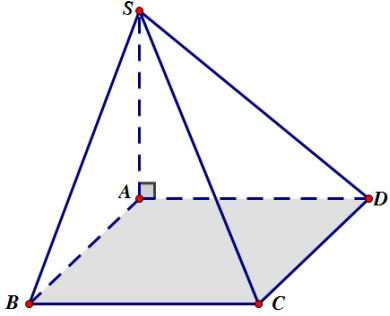
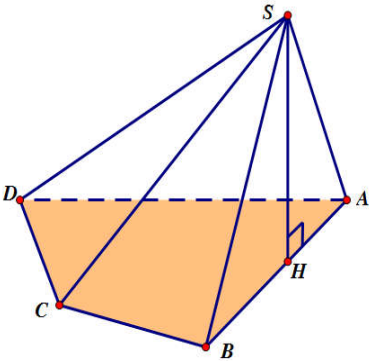
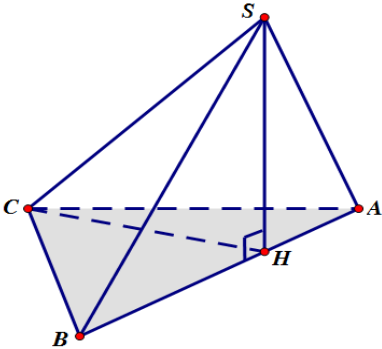
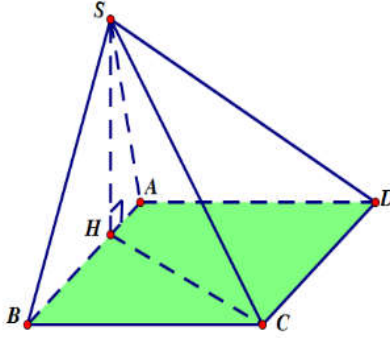
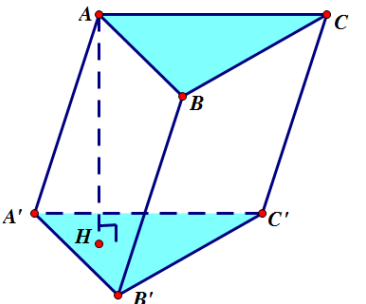
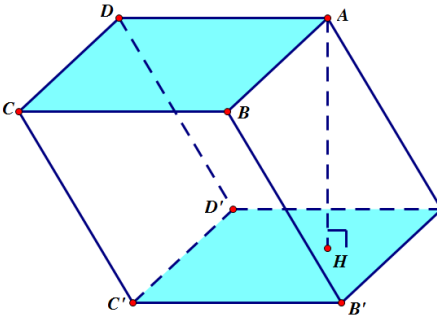
- Công thức trung tuyến:** $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$.

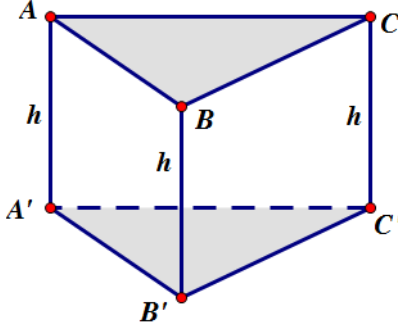
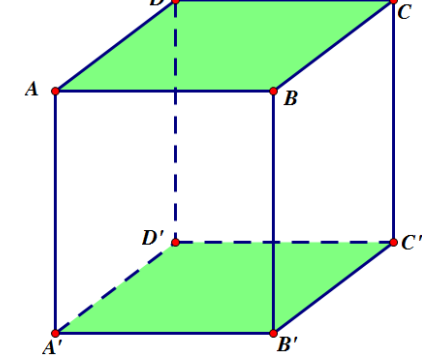
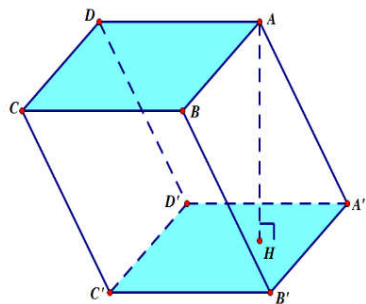
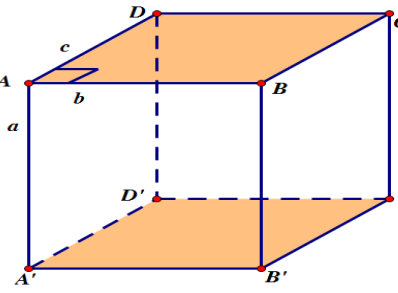
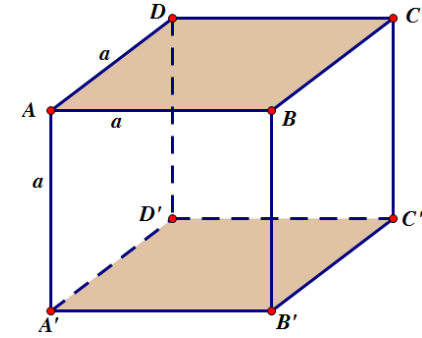
- Định lý Thales:**
$$\begin{cases} HK \parallel BC \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AK}{AC} = \frac{HK}{BC} = k \\ \frac{S_{\triangle AHK}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AH}{AB}\right)^2 = \left(\frac{HK}{BC}\right)^2 = k^2 \end{cases}$$



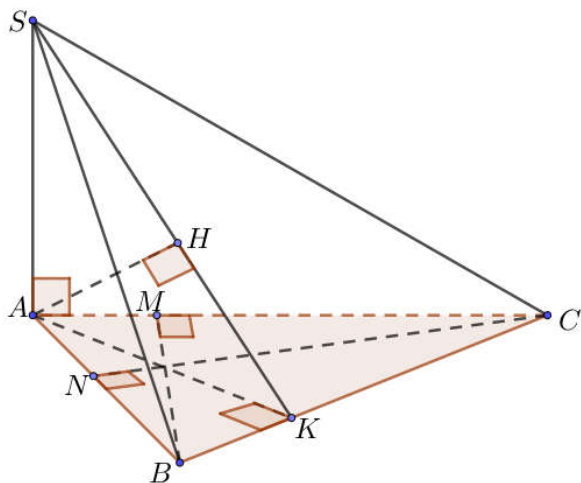
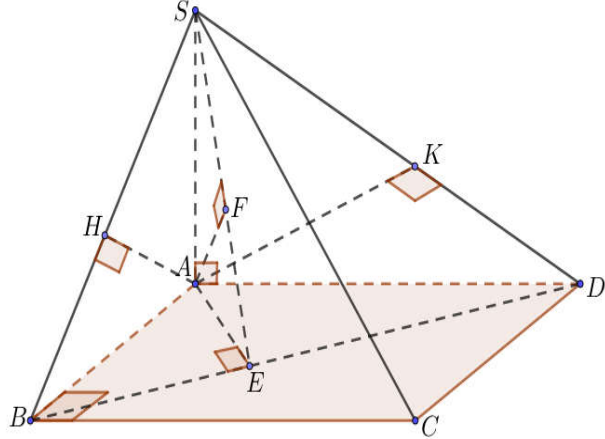
5. Một số trường hợp thường gặp về khối chóp

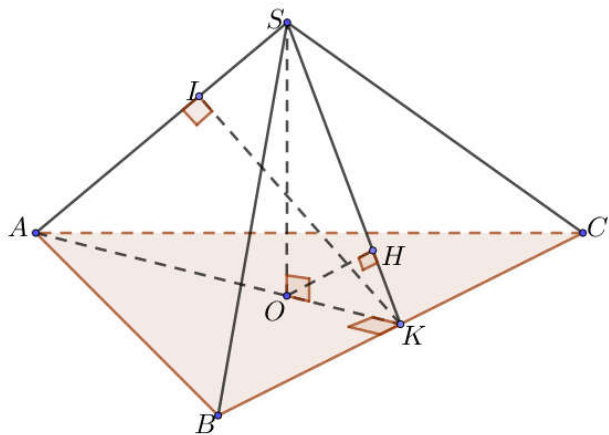
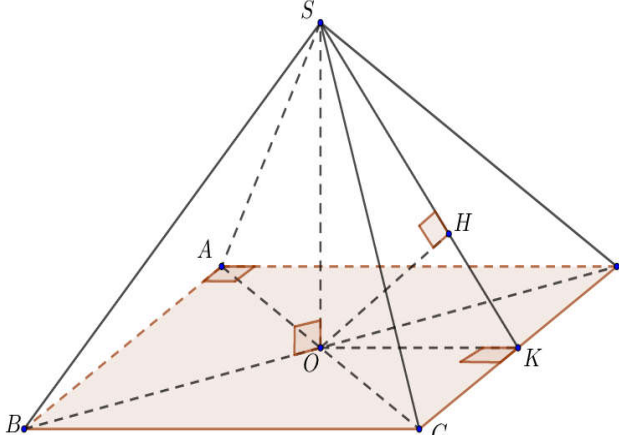
5.1. Hình chóp: $V = \frac{1}{3} h \cdot S$	5.2. Hình chóp tam giác đều	Tất cả cạnh bên bằng nhau. - Đáy là tam giác đều cạnh a. $SH \perp (ABC)$ với H là trọng tâm (cũng là trực tâm) $\triangle ABC$. $\begin{cases} S_d = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \\ SH = h \end{cases} \rightarrow V = \frac{1}{3} h \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
5.3. Tứ diện đều:	Đây cũng là hình chóp tam giác đều, đặc biệt là cạnh bên bằng cạnh đáy. Thể tích: $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.	Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{aligned} \widehat{(SA, (ABC))} &= \widehat{SAH} \\ &= \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCH} \end{aligned}$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy: $\begin{aligned} \widehat{(SAB, (ABC))} &= \widehat{SMH} \\ &= \widehat{(SBC, (ABC))} = \widehat{SNH}. \end{aligned}$
5.4. Hình chóp tứ giác đều:	- Tất cả cạnh bên bằng nhau. - Đáy là hình vuông cạnh a. $SO \perp (ABCD)$ với O là tâm hình vuông $ABCD$. $\begin{cases} S_{\text{đ}} = a^2 \\ SO = h \end{cases} \rightarrow V = \frac{1}{3} h \cdot a^2$	Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{aligned} \widehat{(SA, (ABCD))} &= \widehat{SAO} \\ &= \widehat{(SB, (ABCD))} = \widehat{SBO}. \end{aligned}$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy: $\begin{aligned} \widehat{(SAB, (ABCD))} &= \widehat{SMO} \\ &= \widehat{(SBC, (ABCD))} = \widehat{SNO}. \end{aligned}$

5.5. Hình chóp có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. 	Đáy là tam giác  $\begin{cases} h = SA \\ S_{\tilde{n}} = S_{\Delta ABC} \end{cases} \rightarrow V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC}$ ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBA} \\ \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCA} \end{cases}$	Đáy là tứ giác đặc biệt  $\begin{cases} h = SA \\ S_{\tilde{n}} = S_{ABCD} \end{cases} \rightarrow V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD}$ ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SB, (ABCD))} = \widehat{SBA} \\ \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCA} \end{cases}$
5.6. Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. 	Đáy là tam giác  ▪ Đường cao $h = SH$ cũng là đường cao của ΔSAB. ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{SAH} \\ \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCH} \end{cases}$	Đáy là tứ giác đặc biệt  Đường cao $h = SH$ cũng là đường cao của ΔSAB. ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SA, (ABCD))} = \widehat{SAH} \\ \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCH} \end{cases}$
6. Một số trường hợp thường gặp về khối lăng trụ		
6.1. Hình lăng trụ thường: ▪ Hai đáy là hai hình giống nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song. ▪ Các cạnh bên song song và bằng nhau. Các mặt bên là các hình bình hành. ▪ Thể tích: $V = h \cdot S_{\tilde{n}}$	Đáy là tam giác  $V = AH \cdot S_{\Delta ABC} = AH \cdot S_{\Delta A'B'C'}$	Đáy là tứ giác  $V = AH \cdot S_{ABCD} = AH \cdot S_{A'B'C'D'}$
6.2. Hình lăng trụ đứng:	Đáy là tam giác	Đáy là tứ giác

- Các cạnh bên cùng vuông góc với hai mặt đáy nên mỗi cạnh bên cũng là đường cao của lăng trụ. Lăng trụ tam giác đều: Là lăng trụ đứng và có hai đáy là hai tam giác đều bằng nhau.	 Thể tích: $V = h.S_n$ với $h = AA' = BB' = CC'$.	 Thể tích: $V = h.S_n$ với $h = AA' = BB' = CC' = DD'$.
6.3. Hình hộp:  - Là lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành. - Thể tích: $V = h.S_n$.	6.4. Hình hộp chữ nhật:  - Là lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật. - Thể tích: $V = abc$ với a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật.	6.5. Hình lập phương:  - Là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau. - Thể tích: $V = a^3$ với a là cạnh của hình lập phương.

7. Bài toán về khoảng cách

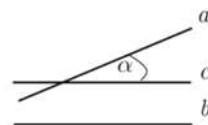
7.1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy là tam giác  $d(A, (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AK}{\sqrt{SA^2 + AK^2}}$. $d(B, (SAC)) = BM$; $d(C, (SAB)) = CN$. $d(SA, BC) = AK$.	7.2. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy là hình vuông, hình chữ nhật  $d(A, (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = d(D, (SBC))$
---	---

	▪ $d(A, (SCD)) = AK = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}}$ $= d(B, (SCD))$ ▪ $d(A, (SBD)) = AF = \frac{SA \cdot AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}}$ $= d(C, (SBD))$ ▪ $d(AD, SB) = AH; d(AB, SD) = AK.$ ▪ $d(AD, SC) = d(AD, (SBC))$ $= d(A, (SBC)) = AH.$ ▪ $d(AB, SC) = d(AB, (SCD))$ $= d(A, (SCD)) = AK.$
7.3. Hình chóp tam giác đều	7.4. Hình chóp tứ giác đều
 ▪ $d(O, (SBC)) = OH = \frac{SO \cdot OK}{\sqrt{SO^2 + OK^2}}$ $= d(O, (SAB)) = d(O, (SAC)).$ ▪ $d(A, (SBC)) = 3d(O, (SBC)) = 3OH$ $= d(B, (SAC)) = d(C, (SAB)).$ ▪ $d(SA, BC) = IK = d(SB, AC) = d(SC, AB).$	 ▪ $d(O, (SCD)) = OH = \frac{SO \cdot OK}{\sqrt{SO^2 + OK^2}}$ $= d(O, (SAB)) = d(O, (SBC)) = d(O, (SAD)).$ ▪ $d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$ $= 2OH = d(A, (SBC))$ $= d(B, (SAD)) = d(B, (SCD)) = \dots$ ▪ $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2OH$ $= d(AB, SD) = d(AD, SB) = d(AD, SC) = \dots$

8. Phương pháp xác định góc

① Góc giữa đường thẳng a và đường thẳng b

Phương pháp 1. Sử dụng song song
 Chẳng hạn dựng đường thẳng $c \parallel b$ và c cắt a .



Khi đó $\widehat{(a;b)} = \widehat{(a;c)} = \alpha$ như hình vẽ.

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hoặc định lý hàm số sin, cosin để tìm góc α .

Lưu ý, ta có thể tính tiến song song đường b hoặc tịnh tiến cả hai đường a và b .

Phương pháp 2. Sử dụng tích vô hướng, nghĩa là $\cos(a;b) = \cos(\vec{a};\vec{b}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \cos \alpha$.

Lưu ý: Góc giữa hai đường thẳng là **góc nhọn**, còn góc giữa hai vectơ là góc nhọn hoặc góc tù. Nghĩa là nếu tính $\widehat{(a;b)} = \alpha \leq 90^\circ$ thì góc giữa a, b là α , còn nếu tính $\widehat{(a;b)} = \alpha > 90^\circ$ thì góc giữa hai đường thẳng $\widehat{(a;b)} = 180^\circ - \alpha$.

② Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P)

Nhớ: “Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc tạo bởi nó và hình chiếu của nó lên mặt phẳng”.

Phương pháp:

B.1. Tìm $AB \cap (P) = \{A\}$ (1)

B.2. Tìm hình chiếu của B lên mặt phẳng (P) .

Đặt câu hỏi: “Đường nào qua B và vuông góc với (P) ?

Trả lời: $BH \perp (P)$ tại H (2)

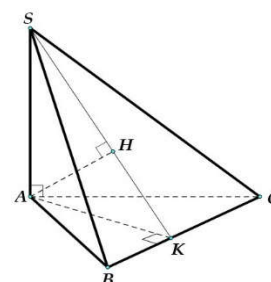
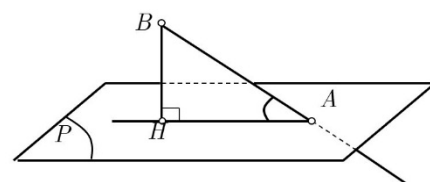
Từ (1), (2), suy ra AH là hình chiếu của AB lên mặt phẳng (P) .

Do đó góc giữa đường thẳng AB và mp (P) là góc giữa AB và AH , chính là góc BAH .

B.3. Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hoặc định lý hàm số cosin hoặc định lý hàm sin trong tam giác thường để suy ra góc BAH .

Cần nhớ bài toán tìm hình chiếu từ chân đường cao đến mặt bên (chẳng hạn từ chân A đến mặt bên (SBC) như hình vẽ bên)

- Xác định giao tuyến của mặt bên và mặt đáy là BC .
- Từ chân A dựng $AK \perp BC$ và $AH \perp SK$.
- Dễ dàng chứng minh $AH \perp (SBC)$ suy ra H là hình chiếu cần tìm.



③ Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q)

Phương pháp 1. Dựa vào định nghĩa

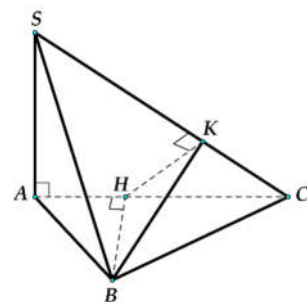
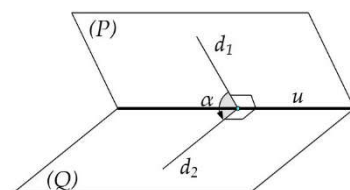
Ta có:
$$\begin{cases} (P) \cap (Q) = u \\ u \perp d_1 \subset (P) \\ u \perp d_2 \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow \widehat{((P),(Q))} = \widehat{(d_1,d_2)} = \alpha.$$

Thường được sử dụng khi đề yêu cầu tính góc giữa mặt bên và mặt đáy.

Phương pháp 2. Tìm đường thẳng cắt hai mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến hai mặt.

Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tìm góc giữa (SAC) và (SBC) .

- Giao tuyến: $SC = (SAC) \cap (SBC)$.
- Từ điểm B dựng $BH \perp AC \subset (SAC)$
- Dựng $HK \perp SC$ (giao tuyến).
- Dễ dàng chứng minh: $BH \perp (SAC)$, $SC \perp (BHK)$.



$$\Rightarrow \begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ HK \perp SC \\ BK \perp SC \end{cases} \Rightarrow ((SAC);(SBC)) = (\widehat{HK, BK}) = \widehat{HKB}.$$

Thường được sử dụng khi đề yêu cầu tính góc giữa hai mặt bên liên tiếp và để tìm HK , ta thường sử dụng tam giác đồng dạng, tức $\triangle HKC \sim \triangle SAC$.

Phương pháp 3. Là góc nhọn giữa hai đường d và d' lần lượt vuông góc hai mặt phẳng.

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông hoặc hình chữ nhật. Tính góc giữa hai mặt liên tiếp không chứa đường cao (SBC) và (SCD) .

- Chứng minh $AH \perp (SBC)$.
- Chứng minh $AK \perp (SCD)$.

Suy ra $((SBC);(SCD)) = (\widehat{AH, AK}) = \widehat{HAK}$ hoặc là góc $180^\circ - \widehat{HAK}$ vì góc giữa hai mặt là nhọn.

Phương pháp 4. Sử dụng công thức chiếu diện tích $S' = S \cdot \cos \varphi$

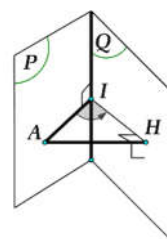
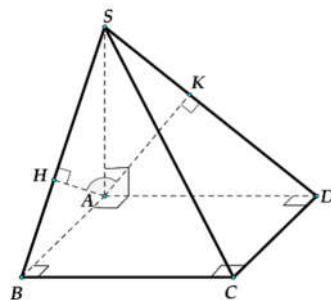
Chẳng hạn hình ở mục ③, nếu đề yêu cầu tính góc giữa hai mặt phẳng $((SBD);(ABD))$, ta có thể sử dụng hình chiếu diện tích như sau:

Xét mặt (SBD) : hình chiếu của S xuống (ABD) là A , hình chiếu B, D xuống (ABD) là chính nó nên góc α giữa hai mặt phẳng được xác định bởi $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle SBD} \cdot \cos \alpha$.

Phương pháp 5. Sử dụng khoảng cách: $\sin \varphi = \frac{d(A, (Q))}{d(A, u)}$

Với φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) .

Và $A \in (P)$, $(P) \cap (Q) = u$.



9. Phương pháp xác định khoảng cách

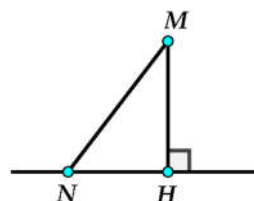
1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Cho điểm M và một đường thẳng Δ . Trong mặt phẳng (M, Δ) , gọi H là hình chiếu của M trên Δ . Khi đó độ dài đoạn MH là khoảng cách từ M đến Δ .

Kí hiệu: $d(M, \Delta) = MH$ với $MH \perp \Delta$.

Nhận xét:

$MN \geq MH, \forall N \in \Delta$, nghĩa là $MN_{\min} = MH \Leftrightarrow N \equiv H$.



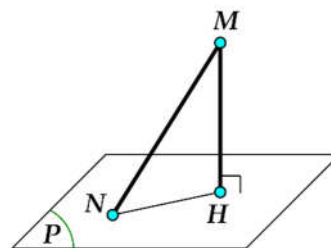
2. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) và một điểm M , gọi H là hình chiếu của M trên (α) . Khi đó khoảng cách MH được gọi là khoảng cách từ M đến (α) .

Kí hiệu: $d(M, (\alpha)) = MH$ với $MH \perp (\alpha)$.

Nhận xét:

$MN \geq MH, \forall N \in (\alpha)$, nghĩa là $MN_{\min} = MH \Leftrightarrow N \equiv H$.

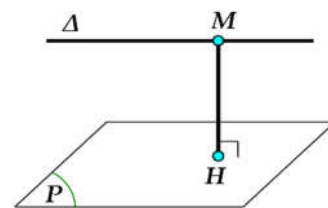


3. Khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên Δ đến mặt phẳng (α) được gọi là khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) .

Kí hiệu: $d(\Delta, (\alpha)) = d(M, (\alpha)) = MH$

Trong đó $M \in \Delta$, $MH \perp (\alpha)$.

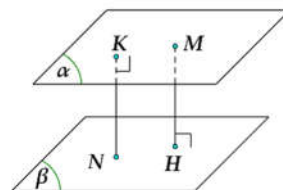


4. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) và (β) song song nhau, khoảng cách bất kỳ từ một điểm trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia gọi là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) .

Kí hiệu: $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta)) = d(N, (\alpha))$

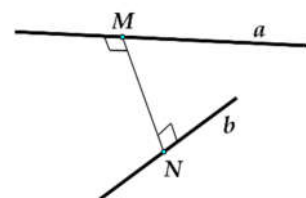
Trong đó $M \in (\alpha)$, $N \in (\beta)$.



5. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Độ dài đoạn vuông góc chung MN của a và b được gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng a , b .

Kí hiệu: $d(a; b) = MN$ khi $\begin{cases} MN \perp a \\ MN \perp b \end{cases}$.



Các dạng toán thường gặp

① Tính khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến mặt bên

Bài toán 1. Tìm khoảng cách từ chân đường vuông góc đến mặt bên

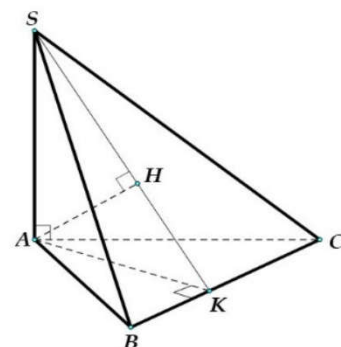
Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Xác định khoảng cách từ chân đường cao A đến mặt phẳng bên (SBC) .

Dựng $\begin{cases} AK \perp BC, (K \in BC) \\ AH \perp SK, (H \in SK) \end{cases}$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp SA \text{ (do : } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAK)$

$\Rightarrow BC \perp AH$.

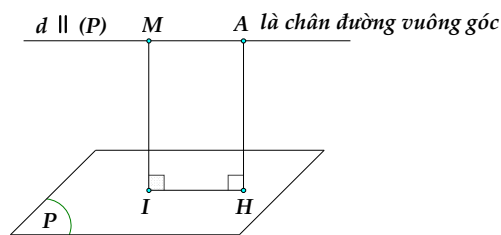
Do đó, ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SK \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$.



➤ Các phương pháp đưa về bài toán 1 (khoảng cách từ chân):

① Sử dụng song song

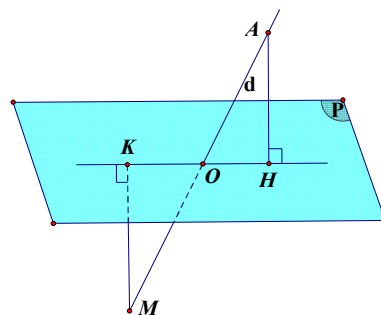
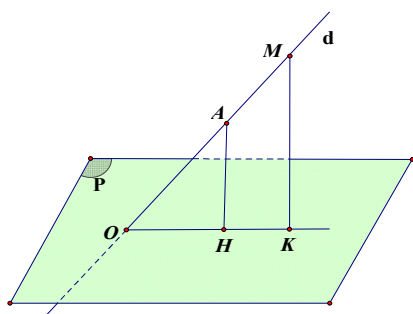
Tính $d(M, (P))$? $\longrightarrow$ Tìm đường thẳng d qua M , qua chân đường vuông góc A và $d \parallel (P)$. Khi đó $d(M, (P)) = d(A, (P))$.



② Sử dụng tỉ số

Tính $d(M, (P))$? $\longrightarrow$ Nếu không có đường song song như trên, ta nghĩ đến việc tìm đường thẳng d qua M , qua chân đường vuông góc A và cắt (P) tại O .

Khi đó: $d(M, (P)) = \frac{OM}{OA} \cdot d(A, (P))$ (sử dụng đồng dạng để chứng minh).



③ Tạo chân đường cao giả

Tính $d(M, (P))$ khi mặt phẳng (P) chứa chân đường cao thật A .

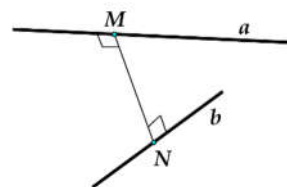
Khi đó ta tạo chân đường cao giả song song với chân đường cao thật.

② Tính khoảng cách giữa khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

1. Định nghĩa

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Độ dài đoạn vuông góc chung MN của a và b được gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng a , b .

Khi đó: $d(a; b) = MN$ với $\begin{cases} MN \perp a \\ MN \perp b \end{cases}$.



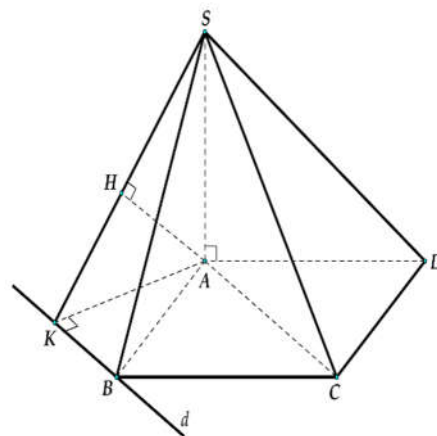
2. Phương pháp xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Sử dụng song song và đưa về bài toán tìm khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên.

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Xác định và tính khoảng cách giữa cạnh bên SB và cạnh thuộc mặt phẳng đáy AC .

Giải.

- Bước 1.** Xác định giao điểm của cạnh bên và mặt đáy.
Ta có: $SB \cap (ABCD) = B$.
- Bước 2.** Từ giao điểm dựng song song với cạnh đáy.
Qua B , dựng $d \parallel AC$ và dựng $AK \perp d$, ($K \in d$).



Khi đó: $d(SB, AC) = d(AC, (SKB)) = d(A, (SKB))$.

- **Bước 3.** Tìm khoảng cách từ chân đến mặt bên.

Dựng $AH \perp SK$, ($K \in SK$).

Ta có:
$$\begin{cases} KB \perp AK \\ KB \perp SA \end{cases} \Rightarrow KB \perp (SAK) \Rightarrow KB \perp AH.$$

Khi đó, ta có
$$\begin{cases} AH \perp KB \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SKB) \Rightarrow d(SB, AC) = d(A, (SKB)) = AH.$$

- **Bước 4.** Sử dụng kiến thức hình học phẳng để tính độ dài đoạn.

☛ **Lưu ý.** Cần nhớ bài toán về tam diện vuông, nó thường được áp dụng

Cho tứ diện $OABC$ với OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Khi đó đường cao OH của

tứ diện $OABC$ được tính theo công thức
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

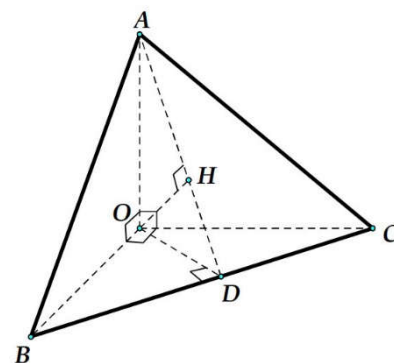
Chứng minh:

Dựng: $OD \perp BC$, ($D \in BC$) và $OH \perp AD$, ($H \in AD$).

Có
$$\begin{cases} BC \perp OD \\ BC \perp AO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AOD) \Rightarrow (ABC) \perp (AOD).$$

Khi đó:
$$\begin{cases} (ABC) \perp (AOD) \\ (ABC) \cap (AOD) = AD \\ OH \perp AD, OH \subset (AOD) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC).$$

Suy ra
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \text{ (đpcm)}.$$



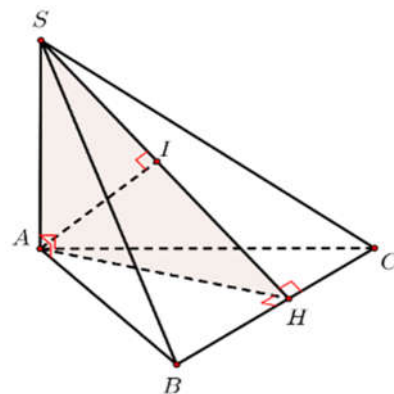
③ Tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng bằng phương pháp $d = \frac{3V}{S}$

Câu hỏi: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt (SBC) .

- **B1.** Ta có: $V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SBC} \cdot d(A, (SBC)).$

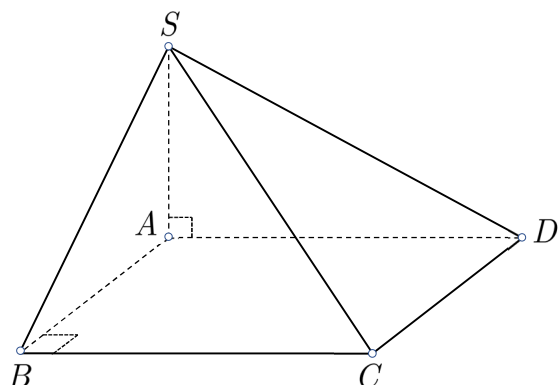
Suy ra
$$d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}.$$

- **B2.** Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.
- **B3.** Tính diện tích ΔSBC . Từ đó suy ra khoảng cách cần tìm.



HS ĐIỀN VÀO CHỖ TRỐNG GÓC THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ THI

1. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc đáy (hoặc đề cho hai mặt (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy).



• $\widehat{(SB, (ABCD))} =$

• $\widehat{(SC, (ABCD))} =$

• $\widehat{(AC, (SAB))} =$

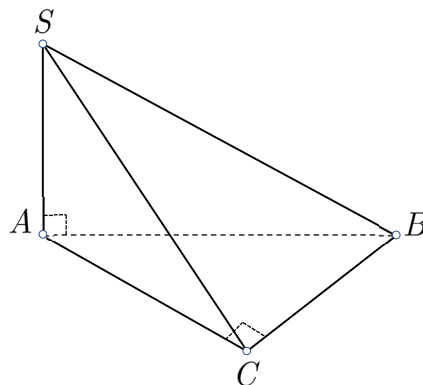
• $\widehat{(SB, (SAD))} =$

• $\widehat{(SC, (SAB))} =$

• $\widehat{((SBC), (ABCD))} =$

• $\widehat{((SBD), (ABCD))} =$

2. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , SA vuông góc đáy (hai mặt (SAB) , (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy).



• $\widehat{(SC, (ABC))} =$

• $\widehat{(SB, (ABC))} =$

• $\widehat{(SB, (SAC))} =$

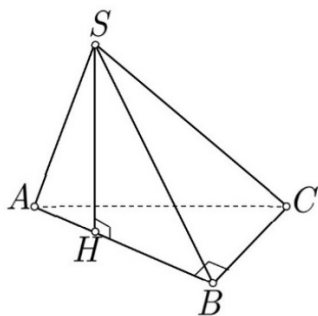
• $\widehat{((SAC), (SBC))} =$

• $\widehat{((SBC), (ABC))} =$

• $\widehat{((SAB), (SAC))} =$

• $\widehat{((SAB), (SBC))} =$

3. Hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.



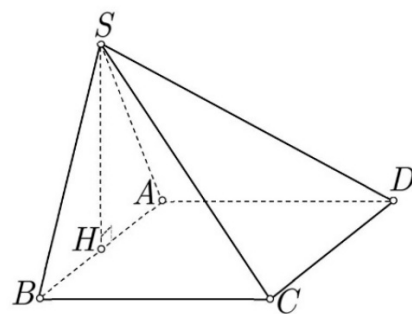
• $\overline{(SC, (ABC))} =$

• $\overline{(SC, (SAB))} =$

• $\overline{((SBC), (ABC))} =$

• $\overline{((SAC), (ABC))} =$

4. Chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $\triangle SAB$ đều (hoặc cân) và nằm trong mặt phẳng vuông đáy.



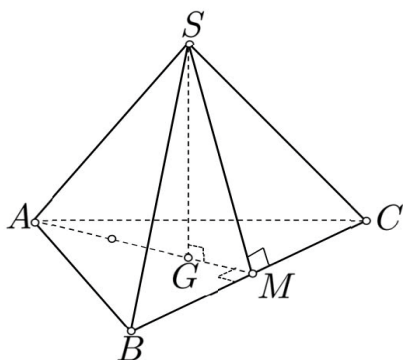
• $\overline{(SC, (ABCD))} =$

• $\overline{(SB, (ABCD))} =$

• $\overline{((SBC), (ABCD))} =$

• $\overline{((SBD), (ABCD))} =$

5. Hình chóp tam giác đều (tứ diện đều).



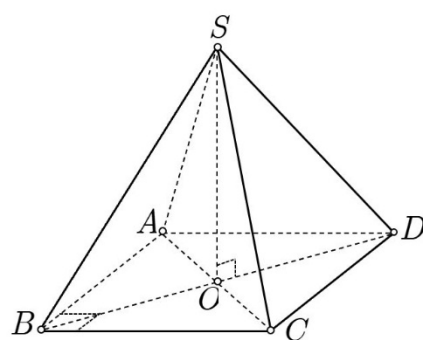
• $\overline{(SC, (ABC))} =$

• $\overline{(SB, (ABC))} =$

• $\overline{((SBC), (ABC))} =$

• $\overline{((SAC), (ABC))} =$

6. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



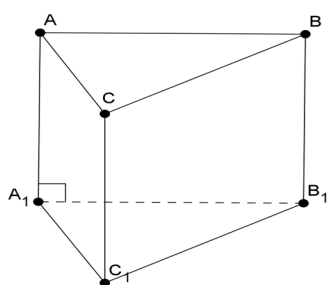
• $\overline{(SC, (ABCD))} =$

• $\overline{(SC, (SBD))} =$

• $\overline{((SBC), (ABCD))} =$

• $\overline{((SCD), (ABCD))} =$

7. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác



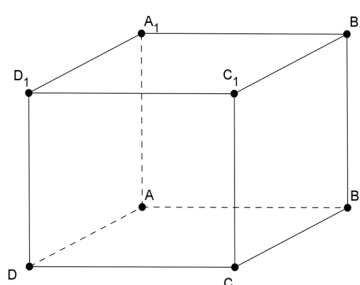
$$\bullet \overline{(AC_1, (A_1B_1C_1))} = \dots$$

$$\bullet \overline{(CB_1, (A_1B_1C_1))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((AB_1C_1), (A_1B_1C_1))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((BA_1C_1), (A_1B_1C_1))} = \dots$$

8. Lăng trụ đứng đáy tứ giác (hình hộp chữ nhật, hình lập phương)



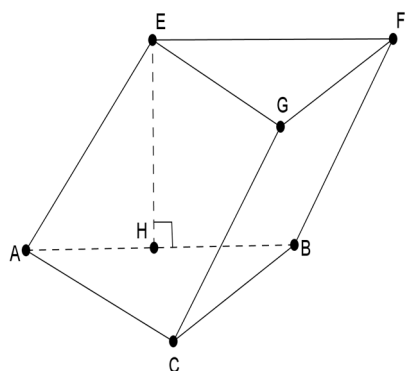
$$\bullet \overline{(AC_1, (A_1B_1C_1))} = \dots$$

$$\bullet \overline{(CB_1, (ABCD))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((AB_1C_1), (A_1B_1C_1))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((D_1AC), (ABCD))} = \dots$$

9. Lăng trụ xiên EH vuông đáy



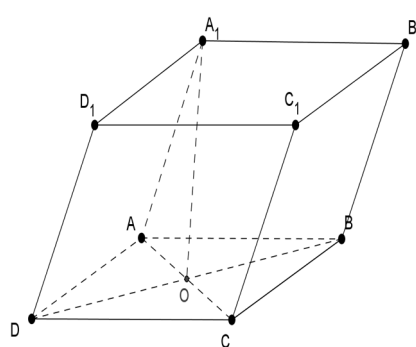
$$\bullet \overline{(EA, (ABC))} = \dots$$

$$\bullet \overline{(FB, (ABC))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((EAC), (ABC))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((GBC), (ABC))} = \dots$$

10. Lăng trụ xiên A_1O vuông đáy



$$\bullet \overline{(AA_1, (ABCD))} = \dots$$

$$\bullet \overline{(A_1D, (ABCD))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((A_1ADD_1), (ABCD))} = \dots$$

$$\bullet \overline{((A_1BD), (ABCD))} = \dots$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN (90 CÂU)

- Câu 17.1.** (ĐMH 2025) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).
- Câu 17.2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng chứa đáy, $SA = 2a$; đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM theo a .
- Câu 17.3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB , K là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường SD và HK bằng bao nhiêu?
- Câu 17.4.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa 2 mặt phẳng $(A'B'C')$ và $(BCC'B')$ bằng 60° , hình chiếu của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và $B'C$ bằng bao nhiêu?
- Câu 17.5.** (trùng 17.4) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$ và $(BCC'B')$ bằng 60° , hình chiếu của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng bao nhiêu?
- Câu 17.6.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và MN bằng bao nhiêu?
- Câu 17.7.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm của AB . Cho biết $AB = 2a, BC = \sqrt{13}a, CC' = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng bao nhiêu?
- Câu 17.8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC .
- Câu 17.9.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Tất cả các cạnh có độ dài bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC' .
- Câu 17.10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng bao nhiêu?
- Câu 17.11.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'O$ và BC .
- Câu 17.12.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, BC = 2a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc tạo bởi SA với mặt phẳng (SBC) bằng 30° , M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa AB và SM bằng bao nhiêu?
- Câu 17.13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2a$, $AB = BC = a$, $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa SB và DC bằng bao nhiêu?

- Câu 17.14.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng CD và SA là bao nhiêu?
- Câu 17.15.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng bao nhiêu?
- Câu 17.16.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, BC = 2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng bao nhiêu?
- Câu 17.17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Gọi M là trung điểm của cạnh CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BM bằng bao nhiêu?
- Câu 17.18.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$, mặt bên $ACC'A'$ là hình vuông. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AC, CC', A'B'$ và H là hình chiếu của A lên BC . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MP và HN .
- Câu 17.19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, ΔSAB cân tại S và $(SAB) \perp (ABCD)$. SO tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM với M là trung điểm SD .
- Câu 17.20.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $36a^3\sqrt{2}$, $AB = 6a$, ΔSAB đều, $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm I, E sao cho $\overrightarrow{SI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SC}$. Gọi H là trọng tâm ΔACD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và HE bằng bao nhiêu?
- Câu 17.21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O , cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AO , $\left(\widehat{SB, (ABC)}\right) = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa SB và CI với I là trung điểm cạnh SD .
- Câu 17.22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng bao nhiêu?
- Câu 17.23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAD là tam giác đều và $(SAD) \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của cạnh đáy AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM là bao nhiêu?
- Câu 17.24.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB = BC = a, AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng bao nhiêu?

- Câu 17.25.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 60^\circ$ và $\widehat{CSA} = 120^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB . $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 90^\circ$ và $\widehat{CSA} = 120^\circ$
- Câu 17.26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có các mặt phẳng (SAB) ; (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang vuông tại các đỉnh A và B , có $AD = 2AB = 2BC = 2a$; $SA = AC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng bao nhiêu?
- Câu 17.27.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a\sqrt{2}$, $AA' = a$. Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC .
- Câu 17.28.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Biết $A'H = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AA' và BC theo a .
- Câu 17.29.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB' , BC' .
- Câu 17.30.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I ; $AB = 2a$; $BD = \sqrt{3}AC$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AI . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng bao nhiêu?
- Câu 17.31.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . $SA \perp (ABC)$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC
- Câu 17.32.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng bao nhiêu?
- Câu 17.33.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD .
- Câu 17.34.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $MD = 2MS$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM bằng bao nhiêu?
- Câu 17.35.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a .
- Câu 17.36.** Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa SB và AC .
- Câu 17.37.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của đoạn AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD theo a là bao nhiêu?

- Câu 17.38.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng bao nhiêu?
- Câu 17.39.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng bao nhiêu?
- Câu 17.40.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CD . $SA = \sqrt{5}$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng bao nhiêu?
- Câu 17.41.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng bao nhiêu?
- Câu 17.42.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm AB . Cho biết $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{13}$, $CC' = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng bao nhiêu?
- Câu 17.43.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và DC' bằng bao nhiêu?
- Câu 17.44.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$, $\widehat{SBC} = 60^\circ$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD .
- Câu 17.45.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Hình chiếu của S trên mặt đáy là trung điểm của H của OA . Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .
- Câu 17.46.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và AD bằng bao nhiêu?
- Câu 17.47.** Cho hình chóp $S.ABC$ với đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = 2BC$, đường trung tuyến BM , đường phân giác trong CN và $MN = a$. Các mặt phẳng (SBM) và (SCN) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và IB bằng bao nhiêu?
- Câu 17.48.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = AD = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên SB vuông góc với đáy và $SB = a\sqrt{7}$, M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và SC .

Câu 17.49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , tam giác ABD đều cạnh

a . Biết $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Gọi M là trung điểm CD , khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD là bao nhiêu?

Câu 17.50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang có đáy lớn AB , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $AD = CD = CB = \frac{1}{2}AB = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và CB bằng bao nhiêu?

Câu 17.51. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết rằng diện tích mặt bên $(ABB'A')$ bằng 15 cm^2 và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6 cm . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 17.52. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ và độ dài cạnh $BA' = \sqrt{6}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17.53. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết số đo góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 32 . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng bao nhiêu?

Câu 17.54. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và có độ dài các cạnh $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ khi $a = 1$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.55. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh 2 và góc giữa hai mặt phẳng $(AC'D')$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $A'B$. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 17.56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 3$, $AD = 1$. Biết $SA = 2$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là điểm thuộc đoạn thẳng DC sao cho $DC = 3DM$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Biết rằng $AB = 1$; $AD = 2$ và $SA = 3$. Gọi M là trung điểm AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và DM (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.58. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1 và cạnh bên $SA = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.59. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 2 và đáy là tam giác ABC vuông cân tại C . Biết rằng $CA = CB = 1$ và gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' . (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

- Câu 17.60.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Biết rằng $AB = 1$; $SA = 2$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 17.61.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng 1 và cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 17.62.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của đoạn SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 17.63.** Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O ; $OB = 1$ và $OC = \sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) ; $OA = \sqrt{3}$ và gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 17.64.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD . Biết $SO = AB = 2$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 17.65.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh $AB = 6$. Gọi M là trung điểm cạnh AA_1 . Biết góc giữa hai đường thẳng CM và A_1B là 45° . Tính khoảng cách giữa đường thẳng CM và A_1B . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 17.66.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCM) , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.
- Câu 17.67.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng 120° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Câu 17.68.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 1cm$, $CD = 2cm$. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}cm^3$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu centimet? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 17.69.** Kim tự tháp ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $262m$ và cạnh bên là $230m$. Giả sử, từ một mặt bên của kim tự tháp ta cần đào một con đường ngắn nhất để đi đến tâm của đáy kim tự tháp, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?
- Câu 17.70.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách

từ B đến đường thẳng SD bằng $m.a$; $m \in \mathbb{R}$. Giá trị của m bằng bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?

Câu 17.71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 6$, $SA = 5$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD , N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 3ND$. Khoảng cách từ G đến (SBN) là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản), tính giá trị ab .

Câu 17.72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA, CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và EF (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) là bao nhiêu?

Câu 17.73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = 2$, $BC = 2\sqrt{3}$. Tam giác OAS cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

Câu 17.74. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 4, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 17.75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng 120° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 17.76. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh 2, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $SB = 2$. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với đáy và cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

Câu 17.77. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD' .

Câu 17.78. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BC' .

Câu 17.79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $4a$, cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60° , M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DN = a$. Tính theo khoảng cách giữa SB và MN .

Câu 17.80. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{11}$. Gọi I là trung điểm cạnh CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BI .

Câu 17.81. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$, $AB = 10a$, $BC = 14a$, $AC = 6a$. Gọi M là trung điểm AC , N là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AN = \frac{3}{5}AB$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và CN .

Câu 17.82. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Lấy M thuộc SC sao cho $CM = 2MS$. Khoảng cách giữa hai đường AC và BM là bao nhiêu?

Câu 17.83. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy tâm O và cạnh đáy bằng a , $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh CD, AB . Tính khoảng cách giữa AM và SN .

Câu 17.84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, góc $\widehat{ABD} = 45^\circ$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SB, BC, SD . Tính khoảng cách giữa AP và MN .

Câu 17.85. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a , $\widehat{DAA'} = \widehat{A'AB} = 60^\circ$, $\widehat{BAD} = 90^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CC', DD' . Tính khoảng cách giữa MN và PQ .

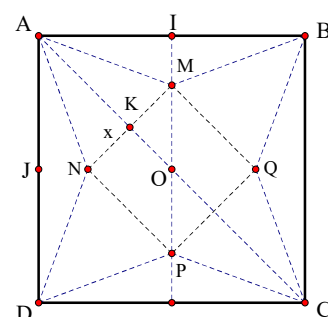
Câu 17.86. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

Câu 17.87. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C và cạnh $AC = 2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AC . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ bằng 30° ; góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'H$ và $B'C$.

Câu 17.88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SC = 2a$. Gọi M là trung điểm CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SC .

Câu 17.89. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , gọi E là trung điểm AD . Cho $AD = 2AB = 2BC = 2a$, $AA' = 3a$. Hãy tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BE và $A'D$.

Câu 17.90. Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}(m)$ ($a, b \in \mathbb{Z}$; a, b nguyên tố cùng nhau). Tính tổng $a^2 + b^2$?



-----HẾT-----