

GTLN, GTNN BIỂU THỨC CHỨA LÔGARIT

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$.

- A. 64. B. 96. C. 82. D. 81.

Câu 2: Cho $m = \log_a \left(\sqrt[3]{ab} \right)$, với $a > 1, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 3: Cho $m = \log_a \sqrt{ab}$ với $a, b > 1$ và $P = \log_2 b + 54 \log_b a$. Khi đó giá trị của m để P đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của $P = \left(\log_a b^2 \right)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn

$\sqrt{b} > a > 1$ là

- A. 30. B. 40. C. 18. D. 60.

Câu 5: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức

$$P = \frac{-1}{\log_b^2 a} + \log_a \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{7}{4}.$$

- A. $P_{\max} = 2$. B. $P_{\max} = 1$. C. $P_{\max} = 0$. D. $P_{\max} = 3$.

Câu 6: Cho $0 < a < 1 < b$, $ab > 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_a ab + \frac{4}{(1 - \log_a b) \cdot \log_{\frac{a}{b}} ab}$.

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 3$. D. $P = -4$.

Câu 7: Xét các số thực a, b thỏa mãn $\begin{cases} a \geq b^2 \\ b > 1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \log_{\frac{a}{b}} a + \log_b \frac{a}{b}$.

- A. $P_{\min} = \frac{1}{3}$. B. $P_{\min} = 1$. C. $P_{\min} = 3$. D. $P_{\min} = 9$.

Câu 8: Xét các số thực a, b thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

- A. $a = b^2$. B. $a^2 = b^3$. C. $a^3 = b^2$. D. $a^2 = b$.

Câu 9: Xét các số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{4} < b < a < 1$. Biểu thức $P = \log_a \left(b - \frac{1}{4} \right) - \log_{\frac{a}{b}} \sqrt{b}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $\log_a b = \frac{2}{3}$. B. $\log_a b = \frac{1}{3}$. C. $\log_a b = \frac{3}{2}$. D. $\log_a b = 3$.

Câu 10: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > 1 > b > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{a^2} a^2 b + \log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $P_{\max} = 1 + 2\sqrt{3}$. B. $P_{\max} = -2\sqrt{3}$. C. $P_{\max} = -2$. D. $P_{\max} = 1 - 2\sqrt{3}$.

Câu 11: Xét các số thực a, b thỏa $1 < a \leq b^2$. Biểu thức $P = 2 \left(2 \log_{\frac{a}{b}} a - \log_{\frac{a}{b}} b \right)^2 + 27 \log_a \left(\frac{a}{b} \right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $a = b^2$. B. $a = 2b$. C. $a = b + 1$. D. $2a = b + 1$.

Câu 12: Cho các số thực $a, b, c > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ca) + 4 \log_c(ab)$.

A. 6. B. 12. C. 10. D. 11.

Câu 13: Cho các số thực $a, b, c > 1$ thỏa mãn $\log_2 a \geq (1 - \log_2 b \log_2 c) \log_{bc} 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 10 \log_2^2 a + 10 \log_2^2 b + \log_2^2 c$.

A. 4. B. 3. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 14: Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $5 \log_2^2 a + 16 \log_2^2 b + 27 \log_2^2 c = 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_2 a \log_2 b + \log_2 b \log_2 c + \log_2 c \log_2 a$.

A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 15: Với $a, b, c > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a(bc) + 3 \log_b(ca) + 4 \log_c(ab)$.

A. 16. B. $6 + 4\sqrt{3}$. C. $4 + 6\sqrt{3}$. D. $4 + 8\sqrt{3}$.

Câu 16: Cho các số thực $a, b, c > 1$. Tính $\log_b(ca)$ khi biểu thức $S = \log_a(bc) + 2 \log_b(ca) + 9 \log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{8(2\sqrt{2}-1)}{7}$. C. $3 + \sqrt{2}$. D. $\frac{8-2\sqrt{2}}{7}$.

Câu 17: Cho các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a b - \log_b c$. Tính $S = 2m + 3M$.

A. $S = \frac{2}{3}$. B. $S = \frac{1}{3}$. C. $S = 3$. D. $S = 2$.

Câu 18: Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $b > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a-b)^2 + (10^a - \log b)^2}$.

A. $\sqrt{2} \log(\ln 10)$. B. $\sqrt{2} \left(\frac{1}{\ln 10} - \log \left(\frac{1}{\ln 10} \right) \right)$.

C. $\frac{1}{\ln 10} + \log\left(\frac{1}{\ln 10}\right).$

D. $\sqrt{2}\left(\frac{1}{\ln 10} - \ln\left(\frac{1}{\ln 10}\right)\right).$

Câu 19: Cho các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2\log_b \frac{c}{b} - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_a b - \log_b c$.

A. $\frac{1-2\sqrt{10}}{3}.$

B. $\frac{2\sqrt{10}-1}{3}.$

C. $\frac{1+2\sqrt{10}}{3}.$

D. $\frac{\sqrt{10}+2}{3}.$

Câu 20: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a, b, c < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \log_a b + \log_b c + \sqrt{\log_c a}$.

A. $2\sqrt{2}.$

B. 3.

C. $\frac{5\sqrt{2}}{3}.$

D. $\frac{3}{2}.$

Câu 21: Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $\log a \cdot \log b + \log b \cdot \log c + 3\log c \cdot \log a = 1$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log^2 a + \log^2 b + \log^2 c$ là $\frac{-m + \sqrt{n}}{p}$ với m, n, p là các số nguyên dương và $\frac{m}{p}$ tối giản. Tính $T = m + n + p$.

A. $T = 64.$

B. $T = 16.$

C. $T = 102.$

D. $T = 22.$

Câu 22: Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = e$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \ln a \cdot \ln b + 2\ln b \cdot \ln c + 5\ln c \cdot \ln a$ là $\frac{p}{q}$ với p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ tối giản. Tính $S = 2p + 3q$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 7.$

B. $S = 13.$

C. $S = 16.$

D. $S = 19.$

Câu 23: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log_a^2(a^2) + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right).$

A. $P_{\min} = 19.$

B. $P_{\min} = 13.$

C. $P_{\min} = 14.$

D. $P_{\min} = 15.$

Câu 24: Cho $a \in \left[\frac{1}{9}; 3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $9\log_{\frac{1}{3}}^3 \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$. Khi đó giá trị của $A = 5m + 2M$ là

A. 4.

B. 5.

C. 8.

D. 6.

Câu 25: Cho $a > 1, b > 1$. Tính $S = \log_a \sqrt{ab}$, khi biểu thức $P = \log_a^2 b + 8\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $S = 6\sqrt[3]{2}.$

B. $S = \frac{1 + \sqrt[3]{4}}{2}.$

C. $S = \sqrt[3]{4}.$

D. $S = 2(1 + \sqrt[3]{4}).$

Câu 26: Cho hai số thực $b > a > 1$, tính $S = \log_a \sqrt[3]{ab}$, khi biểu thức $P = \frac{\log_a b}{\log_a^2\left(\frac{a}{b}\right)} + \log_a \sqrt{ab}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $S = 4$. B. $S = \frac{11}{4}$. C. $S = \frac{4}{3}$. D. $S = 3$.

Câu 27: Cho hai số thực $a > 1$, $b > 1$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$ là $\frac{m}{n}$ với

m, n là các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $P = 2m + 3n$.

- A. $P = 30$. B. $P = 42$. C. $P = 24$. D. $P = 35$.

Câu 28: Cho các số thực $a, b \in (1; 2]$ thỏa mãn $a < b$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2\log_a(b^2 + 4b - 4) + \log_{\frac{b}{a}} a$ là $m + 3\sqrt[3]{n}$ với m, n là các số nguyên dương. Tính $S = m + n$.

- A. $S = 9$. B. $S = 18$. C. $S = 54$. D. $S = 15$.

Câu 29: Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- A. $m + n = 12$. B. $m + n = \frac{25}{2}$. C. $m + n = 14$. D. $m + n = 10$.

Câu 30: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$, biết $P = \log_b^2\left(\frac{a^4}{b^4}\right) + \log_b \sqrt{a}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

M khi $b = a^m$. Tính $T = M + m$.

- A. $T = \frac{7}{2}$. B. $T = \frac{37}{10}$. C. $T = \frac{17}{2}$. D. $T = \frac{35}{2}$.

Câu 31: Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a \geq b > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất khi có số thực k sao cho $b = a^k$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $0 < k < \frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2} < k < 1$. C. $-1 < k < -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} < k < 0$.

Câu 32: Xét hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $b > a > 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \log_a^3\left(\frac{a^2}{b^2}\right) + \log_{\sqrt[3]{b^2}}\left(\frac{b}{a}\right).$$

- A. $\frac{23+16\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{23-16\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{23+8\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{23-8\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33: Cho hai số thực $a \geq b > 1$. Biết rằng biểu thức $T = \frac{2}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất là M

khi có số thực m sao cho $b = a^m$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = \frac{81}{16}$. B. $P = \frac{23}{8}$. C. $P = \frac{19}{8}$. D. $P = \frac{49}{16}$.

Câu 34: Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{4} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a\left(b - \frac{1}{4}\right) - \log_{\frac{a}{b}} \sqrt{b}.$$

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{7}{2}$.

Câu 35: Xét các số thực $a, b, c \in (1; 2]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_{bc}(2a^2 + 8a - 8) + \log_{ca}(4a^2 + 16a - 16) + \log_{ab}(c^2 + 4c - 4).$$

A. 3.

B. $\frac{11}{2}$.

C. 4.

D. 6.

Câu 36: Xét các số thực a, b thỏa $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right).$$

A. 19.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Câu 37: Xét các số thực a, b thỏa $\frac{1}{6} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức

$$P = \frac{1}{8}\log_a^3\left(\frac{6b-1}{9}\right) + 4\log_{\frac{b}{a}}^3 a.$$

A. $m = 9$.

B. $m = 12$.

C. $m = \frac{23}{2}$.

D. $m = \frac{25}{2}$.

Câu 38: Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $a > b > 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 3\log_b\left(\frac{b}{a}\right).$$

A. 5.

B. $5 - \sqrt{6}$.

C. $5 - 2\sqrt{6}$.

D. $4 - \sqrt{6}$.

Câu 39: Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 - 4y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \log_2(x+2y) \cdot \log_2(2x-4y).$$

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Câu 40: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \log_2(x+y)^2 \text{ là:}$$

A. $\max P = 3\log_2 2$

B. $\max P = \log_2 12$

C. $\max P = 12$

D. $\max P = 16$

Câu 41: Cho các số thực $x_1, x_2, \dots, x_n$ thuộc khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_{x_1}\left(x_2 - \frac{1}{4}\right) + \log_{x_2}\left(x_3 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \log_{x_n}\left(x_1 - \frac{1}{4}\right).$$

A. $2n$.

B. n .

C. 2.

D. 4.

Câu 42: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a^3 > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{\log_{\frac{a^3}{b}}(ab) \cdot \log_b a}{3(\log_a b - 1)^2 + 8}.$$

A. $e^{\frac{1}{8}}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $e^{\frac{1}{4}}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 43: Cho hai số thực a, b lớn hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \log_a \left(\frac{a^2 + 4b^2}{4} \right) + \frac{1}{4 \log_{ab} b}.$$

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{13}{4}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Câu 44: Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Biết biểu thức

$$P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a$$

đạt giá trị nhỏ nhất bằng M khi $a = b^m$. Tính $T = M + m$.

A. $T = 15$.

B. $T = 12$.

C. $T = \frac{37}{3}$.

D. $T = \frac{28}{3}$.

Câu 45: Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $a > b > 1$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\sqrt{b}} \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2$$

là $m + \sqrt[n]{n} + \sqrt[p]{p}$ với m, n, p là các số nguyên. Tính

$$T = m + n + p.$$

A. $T = -1$.

B. $T = 0$.

C. $T = -14$.

D. $T = 6$.

Câu 46: Cho các số thực $a > 1 > b > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{a^2} (a^2 b) + \log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $1 - 2\sqrt{3}$.

B. $1 - 2\sqrt{2}$.

C. $1 + 2\sqrt{3}$.

D. $1 + 2\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho hai số thực dương a, b nhỏ hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a \left(\frac{4ab}{a+4b} \right) + \log_b (ab).$$

A. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{5+\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48: Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1$. Khi biểu thức

$$P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(\log_2 a^a + \log_2 b^b + \log_2 c^c)$$

đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của tổng $a + b + c$ là

A. 3.

B. $3 \cdot 2^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$.

C. 4.

D. 6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.C	5.B	6.D	7.C	8.B	9.C	10.D
11.A	12.C	13.A	14.B	15.C	16.A	17.C	18.B	19.C	20.A
21.D	22.C	23.D	24.D	25.B	26.C	27.A	28.D	29.A	30.B
31.B	32.B	33.A	34.C	35.D	36.D	37.B	38.C	39.B	40.B
41.A	42.B	43.B	44.D	45.C	46.A	47.C	48.C		