

V CHUYÊN ĐỀ 3: LÔGARIT

A – KIẾN THỨC CHUNG

1. Định nghĩa:

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

2. Các tính chất: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, ta có:

- $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$

3. Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a (b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$

4. Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$
- Đặc biệt : với $a, b > 0, a \neq 1, \log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

5. Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α , ta có

- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
- Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

6. Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- Đặc biệt : $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

✎ Lôgarit thập phân và Lôgarit tự nhiên

- ♦ Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Viết : $\log_{10} b = \log b = \lg b$
- ♦ Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e . Viết : $\log_e b = \ln b$

- A. $P = 3$. B. $P = 15$. C. $P = \frac{93}{32}$. D. $P = \frac{45}{16}$.

Câu 12: Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = \sqrt{2}$.

Câu 13: Giả sử p, q là các số thực dương sao cho $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

- A. $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$. B. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{5}$.

Câu 14: Cho a, b là các số thực dương khác 1, thỏa $\log_{a^2} b + \log_{b^2} a = 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $a = \frac{1}{b}$. B. $a = b$. C. $a = \frac{1}{b^2}$. D. $a = b^2$.

Câu 15: Cho a, b là các số thực dương và $ab \neq 1$ thỏa mãn $\log_{ab} a^2 = 3$ thì giá trị của $\log_{ab} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ bằng:

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 16: Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}.$$

- A. $T = 1$. B. $T = 4$. C. $T = -\frac{3}{4}$. D. $T = -4$.

Câu 17: Cho $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\cos x = \frac{3}{\sqrt{10}}$. Tính $P = \lg \sin x + \lg \cos x + \lg \tan x$

- A. -1 . B. $\frac{3}{10}$. C. $-\frac{3}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Câu 18: Cho $\log_2 x = 4$; $\log_x y = 4$; $\log_y z = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $x + y + z$ là

- A. 65808. B. 65880. C. 65088. D. 65080.

Câu 19: Cho $\log_3 x = \sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \log_3 x^2 + \log_{\frac{1}{3}} x^3 + \log_9 x$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{11\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{6-5\sqrt{3}}{2}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 20: Biết $\log_3 (\log_4 (\log_2 y)) = 0$, khi đó giá trị của biểu thức $A = 2y + 1$ là:

- A. 33. B. 17. C. 65. D. 133.

Câu 21: Giá trị của biểu thức $A = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 22: Tính $B = \lg \tan 1^\circ \cdot \lg \tan 2^\circ \dots \lg \tan 89^\circ$

- A. $B = 0$ B. $B = 10$ C. $B = 9$ D. $B = 6$

Câu 23: Tính $A = \lg \tan 1^\circ + \lg \tan 2^\circ + \dots + \lg \tan 89^\circ$

- A. $A = 0$ B. $A = 1$ C. $A = 2$ D. $A = 5$

Câu 24: Cho a, b, c là các số thực dương ($a, b \neq 1$) và $\log_a b = 5, \log_b c = 7$.

Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{b}{c} \right)$.

A. $P = \frac{2}{7}$.

B. $P = -15$.

C. $P = \frac{1}{14}$.

D. $P = -60$.

Câu 25: Tính giá trị của biểu thức: $Q = \log_a (a\sqrt{b}) - \log_{\sqrt{a}} (a\sqrt[4]{b}) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b)$ biết rằng a, b là các số thực dương khác 1.

A. $Q = 2$

B. $Q = 3$

C. $Q = 4$

D. $Q = 5$

Câu 26: Tính giá trị của biểu thức sau: $\log_{\frac{1}{a}} a^2 + \log_{a^2} a^{\frac{1}{2}}$ ($1 \neq a > 0$).

A. $\frac{17}{4}$

B. $\frac{13}{4}$

C. $-\frac{11}{4}$

D. $-\frac{15}{4}$

Câu 27: Tính giá trị của biểu thức sau: $B = 15 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{81^{\log_3 5}}{27^{\log_9 36} + 3^{\log_9 2401}}$

A. $\frac{1609}{53}$

B. $\frac{1906}{53}$

C. $\frac{1909}{53}$

D. $\frac{1606}{53}$

Câu 28: Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \log_2 4\sqrt[3]{16} - 2 \log_1 \frac{27\sqrt[3]{3}}{3} + \frac{4^{2+\log_2 3}}{\log_9 2 + \log_1 5}$

A. $10 + \frac{144}{5\sqrt{2}}$

B. $10 - \frac{144}{5\sqrt{2}}$

C. $5\sqrt{2} + \frac{144}{10}$

D. $5\sqrt{2} - \frac{144}{\sqrt{10}}$

Câu 29: Tính: $B = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[4]{a}} \right)$

A. $\frac{173}{60}$.

B. $\frac{177}{50}$.

C. $\frac{173}{90}$.

D. $\frac{173}{30}$.

Câu 30: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

A. $T = \frac{5}{4}$

B. $T = \frac{2}{3}$

C. $T = \frac{3}{2}$

D. $T = \frac{4}{5}$

Câu 31: Cho biết $\log_2 a + \log_3 b = 5$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = a \log_{\sqrt[3]{2}} a^2 + \log_3 b^3 \cdot \log_2 4^a$ bằng:

A. $30a$.

B. 1.

C. $5a$.

D. 0.

Câu 32: Giả sử p, q là các số thực dương sao cho $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

A. $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$.

B. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{8}{5}$.

Câu 33: Cho x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

A. $\frac{x}{y} = 4$.

B. $\frac{x}{y} = 3$.

C. $\frac{x}{y} = 5$.

D. $\frac{x}{y} = 2$.

Câu 34: Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x+y)$. Giá trị của tỷ số $\frac{x}{y}$ là

A. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Câu 35: Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab là

- A. 2^9 . B. 2^{18} . C. 8. D. 2.

Câu 36: Tính giá trị của biểu thức $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$.

- A. $P = 1$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = 0$. D. $P = 2$.

Câu 37: Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$, $\log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

- A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{8}{7}$. C. $\frac{10}{9}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 38: Cho $x = 2000!$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$ là:

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{5}$. D. 2000.

Câu 39: Cho a, b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b - 8\log_b(a\sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2017$.

- A. $P = 2019$. B. $P = 2020$. C. $P = 2017$. D. $P = 2016$.

Câu 40: Cho biểu thức $P = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$, với a là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 2\ln^2 a + 1$. B. $P = 2\ln^2 a + 2$. C. $P = 2\ln^2 a$. D. $P = \ln^2 a + 2$.

Câu 41: Cho số thực x thỏa $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính giá trị $P = (\log_2 x)^2$.

- A. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $P = 3\sqrt{3}$. C. $P = 27$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 42: Cho $\log_a(a^2 b^3) = 1$. Khi đó giá trị biểu thức $\log_{a^2 b^3} \frac{\sqrt[5]{a^3 b^2}}{ab^3}$ là

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{15}{7}$. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Câu 43: Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên.

Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

- A. $S = 4$. B. $S = 19$. C. $S = 10$. D. $S = 15$.

Câu 44: Cho n là số nguyên dương, tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

- A. 2017. B. 2019. C. 2016. D. 2018.

Câu 45: Cho các số thực dương a, b, c lần lượt là số hạng thứ m, n, p của một cấp số cộng và một cấp số nhân. Tính $P = (b-c)\log_3 a + 2(c-a)\log_9 b + 3(a-b)\log_{27} c$.

- A. $P = 3$ B. $P = 1$ C. $P = 0$ D. $P = 2$

Câu 46: Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $a > b > 1$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \text{ là } m + \sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{p} \text{ với } m, n, p \text{ là các số nguyên. Tính}$$

$$T = m + n + p.$$

- A. $T = -1$. B. $T = 0$. C. $T = -14$. D. $T = 6$.

Câu 47: Cho hai số a, b dương thỏa mãn điều kiện: $a - b = \frac{a \cdot 2^b - b \cdot 2^a}{2^a + 2^b}$. Tính $P = 2017^a - 2017^b$.

- A. 0. B. 2016. C. 2017. D. -1.

BIẾN ĐỔI, RÚT GỌN, BIỂU DIỄN BIỂU THỨC CHỨA LÔGARIT

Câu 48: Nếu $\log 4 = a$ thì $\log 4000$ bằng

- A. $3 + a$. B. $4 + a$. C. $3 + 2a$. D. $4 + 2a$.

Câu 49: Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$. B. $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$. D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$.

Câu 50: Với các số thực dương x, y bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$. B. $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$.

C. $\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 2\log_2 x - \log_2 y$. D. $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$.

Câu 51: Với $a, b, c > 0, a \neq 1, \alpha \neq 0$ bất kỳ. Tìm mệnh đề **sai**.

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. D. $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$.

Câu 52: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Câu 53: Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$. B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.

C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$. D. $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$.

Câu 54: Cho $a > 0, a \neq 1$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a a^2 = 2$. B. $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$. C. $\log_a 2a = 2$. D.

$\log_a 2a = 1 + \log_a 2$.

Câu 55: Với a, b là các số thực dương và m, n là các số nguyên, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. B. $\log a + \log b = \log(ab)$.

C. $\log a - \log b = \frac{\log a}{\log b}$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Câu 56: Cho a là số dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. B. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. D. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

Câu 57: Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab) = \log(a+b)$.

B. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$.

D. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$.

Câu 58: Cho a, b, c là các số thực dương và $a, b, c \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a c = \log_b a \cdot \log_b c$.

B. $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$.

C. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

D. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.

Câu 59: Cho $\log_a b = \alpha$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $b = \alpha^a$.

B. $b = a^\alpha$.

C. $b = \alpha \cdot a$.

D. $a = b^a$.

Câu 60: Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$. Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$

A. $P = |\log_a b|$.

B. $P = |\log_a b - 1|$.

C. $P = |\log_a b + 1|$.

D. $P = 0$.

Câu 61: Gọi $T = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x}}$, với a, b, c, x thích hợp để biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $T = \log_{abcd} x$.

B. $T = \log_x abcd$.

C. $T = \frac{1}{\log_x abcd}$.

D. $T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$.

Câu 62: Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$, tính x theo a và b

A. $x = \frac{a^4}{b}$.

B. $x = 4a - b$.

C. $x = \frac{a}{b}$.

D. $x = a^4 - b$.

Câu 63: Nếu $\log_7 x = \log_7 ab^2 - \log_7 a^3 b$ ($a, b > 0$) thì x nhận giá trị bằng

A. $a^2 b$.

B. ab^2 .

C. $a^2 b^2$.

D. $a^{-2} b$.

Câu 64: Đặt $\log_2 6 = m$. Hãy biểu diễn $\log_9 6$ theo m .

A. $\log_9 6 = \frac{m}{2(m+1)}$.

B. $\log_9 6 = \frac{m}{2(m-1)}$.

C. $\log_9 6 = \frac{m}{m+1}$.

D. $\log_9 6 = \frac{m}{m-1}$.

Câu 65: Đặt $a = \log_3 15; b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

A. $\log_{\sqrt{3}} 50 = (a+b-1)$

B. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a+b-1)$

C. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a+b-1)$

D.

• $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a+b-1)$

Câu 66: Đặt $a = \log_3 4, b = \log_5 4$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 80$ theo a và b .

A. $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.

B. $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab}$.

C. $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$.

D. $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

Câu 67: Cho $P = \log_m 16m$ và $a = \log_2 m$ với m là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 3 - a^2$. B. $P = \frac{4+a}{a}$. C. $P = \frac{3+a}{a}$. D. $P = 3 + a\sqrt{a}$.

Câu 68: Cho $a = \log_2 20$. Tính $\log_{20} 5$ theo a .

A. $\frac{5a}{2}$. B. $\frac{a+1}{a}$. C. $\frac{a-2}{a}$. D. $\frac{a+1}{a-2}$.

Câu 69: Cho $\log_2 3 = a$; $\log_2 7 = b$. Tính $\log_2 2016$ theo a và b .

A. $5 + 2a + b$. B. $5 + 3a + 2b$. C. $2 + 2a + 3b$. D. $2 + 3a + 2b$.

Câu 70: Cho a, b là hai số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = m$, tính theo m giá trị của $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $\frac{4m^2 - 3}{2m}$. B. $\frac{m^2 - 12}{2m}$. C. $\frac{m^2 - 12}{m}$. D. $\frac{m^2 - 3}{2m}$.

Câu 71: Đặt $\log_3 5 = a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{15} 75 = \frac{a+1}{2a+1}$. B. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a+1}$. C. $\log_{15} 75 = \frac{2a-1}{a+1}$. D. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a-1}$.

Câu 72: Cho $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$; $c = \log_7 2$. Hãy tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .

A. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{2ac+1}{abc+2c-1}$. C. $\frac{2ac+1}{abc-2c+1}$. D. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$.

Câu 73: Cho $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

A. $\frac{1}{a+b}$. B. $\frac{ab}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.

Câu 74: Cho $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$. Tính $\log_{12} 35$

A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$. B. $\frac{3b+2ac}{c+2}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$. D. $\frac{3b+3ac}{c+1}$.

Câu 75: Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$, $c = \log_2 7$. Biểu thức biểu diễn $\log_{60} 1050$ là

A. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+b+2c}{1+2a+b}$. B. $\log_{60} 1050 = \frac{1+2a+b+c}{2+a+b}$.
C. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{1+2a+b}$. D. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{2+a+b}$.

Câu 76: Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì

A. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$. B. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$.
C. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$. D. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$.

Câu 77: Cho $\log_{12} 27 = a$ thì $\log_6 16$ tính theo a là:

A. $\frac{3-a}{3+a}$. B. $\frac{a+3}{4(3-a)}$. C. $\frac{a+3}{a-3}$. D. $\frac{4(3-a)}{3+a}$.

Câu 78: Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$. B. $\log_m 8m = (3-a)a$. C. $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$. D. $\log_m 8m = (3+a)a$.

Câu 79: Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^{\ln b} = b^{\ln a}$. B. $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$.
C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b})$.

Câu 80: Cho a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{c}{d}$.

B. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}$.

C. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{c}{d}$.

D. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{d}{c}$.

Câu 81: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\Rightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{2}$.

B. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.

D. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Câu 82: Với mọi số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a < b$.

B. $\log_2(a^2 + b^2) = 2\log(a+b)$.

C. $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a \geq b$.

D. $\log_2 a^2 = \frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 83: Cho hai số thực dương a và b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a b$.

B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$.

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 84: Với mọi số tự nhiên n , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.

B. $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.

C. $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.

D. $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.

Câu 85: Tính: $C = \log_5 \log_5 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{5}}}}_{n \text{ dấu căn}}$

A. $-n$.

B. $3n$.

C. $-3n$.

D. $2n$.

Câu 86: Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x + y = 3$ sao cho $P = x + y$ là số dương nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_2 x + \log_3 y$ không xác định.

B. $\log_2(x+y) = 1$.

C. $\log_2(x+y) > 1$.

D. $\log_2(x+y) > 0$.

Câu 87: Gọi c là cạnh huyền, a, b là hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2\log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

B. $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a > 2\log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

C. $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a < 2\log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

D. $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

Câu 88: Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông, trong đó $c-b \neq 1$ và $c+b \neq 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -2\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

Câu 89: Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 90: Rút gọn biểu thức $A = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$ ta được kết quả là:

- A. $\frac{1}{\log_b a}$ B. $-\log_b a$ C. $\log_b a$ D. $\frac{\log_b a}{3}$

Câu 91: Cho a, b, x là các số dương, khác 1 và thỏa mãn $4\log_a^2 x + 3\log_b^2 x = 8\log_a x \cdot \log_b x$ (1). Mệnh đề (1) tương đương với mệnh đề nào sau đây?

- A. $a^3 = b^2$. B. $x = ab$. C. $a = b^2$. D. $a = b^2$ hoặc $a^3 = b^2$.

Câu 92: Cho a, b là các số hữu tỉ thỏa mãn: $\log_2 \sqrt[6]{360} - \log_2 \sqrt{2} = a \log_2 3 + b \log_2 5$. Tính $a + b$.

- A. 5. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 0.

Câu 93: Cho $\frac{\log a}{p} = \frac{\log b}{q} = \frac{\log c}{r} = \log x \neq 0$; $\frac{b^2}{ac} = x^y$. Tính y theo p, q, r .

- A. $y = q^2 - pr$. B. $y = \frac{p+r}{2q}$. C. $y = 2q - p - r$. D. $y = 2q - pr$.

Câu 94: Kết quả rút gọn của biểu thức $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$ là:

- A. $\sqrt[3]{\log_a b}$. B. $\sqrt{\log_a b}$. C. $(\sqrt{\log_a b})^3$. D. $\log_a b$.

Câu 95: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $y = 10^{\frac{1}{1-\log x}}$, $z = 10^{\frac{1}{1-\log y}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x = 10^{\frac{-1}{1-\log z}}$. B. $x = 10^{\frac{1}{1-\ln z}}$. C. $x = 10^{\frac{1}{1+\log z}}$. D. $x = 10^{\frac{1}{1-\log z}}$.

Câu 96: Cho các số dương a, b thỏa mãn $4a^2 - 9b^2 = 13ab$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $\frac{1}{4}\log(2a+3b) = 3\log a + 2\log b$.
C. $\log\sqrt{2a+3b} = \log\sqrt{a} + 2\log\sqrt{b}$. D. $\log\left(\frac{2a+3b}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Câu 97: Cho $a > 0; b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. $\log\frac{a+b}{4} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $2(\log a + \log b) = \log(14ab)$
C. $\log(a+b) = 2(\log a + \log b)$ D. $\log(a+b) - 4 = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

Câu 98: Đặt $a = \ln 2$ và $b = \ln 3$. Biểu diễn $S = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{71}{72}$ theo a và b :

- A. $S = -3a - 2b$. B. $S = -3a + 2b$. C. $S = 3a + 2b$. D. $S = 3a - 2b$

Câu 99: Cho $a = \log_4 3$, $b = \log_{25} 2$. Hãy tính $\log_{60} \sqrt{150}$ theo a, b .

- A. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2+2b+ab}{1+4b+4ab}$. B. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.
C. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$. D. $\log_{60} \sqrt{150} = 4 \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.

Câu 100: Biết $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$ thì $\log_{12} 35$ tính theo a, b, c bằng:

- A. $\frac{3(b+ac)}{c+2}$. B. $\frac{3b+2ac}{c+1}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+2}$. D. $\frac{3(b+ac)}{c+1}$.

Câu 101: Cho $a, b, c > 0, c \neq 1$ và đặt $\log_c a = m$, $\log_c b = n$, $T = \log_{\sqrt{c}} \left(\frac{a^3}{\sqrt[4]{b^3}} \right)$. Tính T theo m, n .

A. $T = \frac{3}{2}m - \frac{3}{8}n$. B. $T = 6n - \frac{3}{2}m$. C. $T = \frac{3}{2}m + \frac{3}{8}n$. D. $T = 6m - \frac{3}{2}n$.

Câu 102: Cho $\log_3 5 = a, \log_5 2 = b, \log_3 11 = c$. Khi đó $\log_{216} 495$ bằng

A. $\frac{a+c}{3ab+3}$. B. $\frac{a+c+2}{3ab}$. C. $\frac{a+c+2}{ab+3}$. D. $\frac{a+c+2}{3ab+3}$.

Câu 103: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$ B. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$.
C. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$. D. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$.

Câu 104: Với $a > 0, a \neq 1$, cho biết: $t = a^{\frac{1}{1-\log_a u}}$; $v = a^{\frac{1}{1-\log_a t}}$. Chọn khẳng định đúng:

A. $u = a^{\frac{-1}{1-\log_a v}}$. B. $u = a^{\frac{1}{1+\log_a t}}$. C. $u = a^{\frac{1}{1+\log_a v}}$. D. $u = a^{\frac{1}{1-\log_a v}}$.

SO SÁNH CÁC BIỂU THỨC LÔGARIT

Câu 105: Trong bốn số $3^{\log_3 4}, 3^{2\log_3 2}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}, \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?

A. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$. B. $3^{2\log_3 2}$. C. $3^{\log_3 4}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$.

Câu 106: Cho $x = \log_6 5, y = \log_2 3, z = \log_4 10, t = \log_7 5$. Chọn thứ tự đúng.

A. $z > x > t > y$. B. $z > y > t > x$. C. $y > z > x > t$. D. $z > y > x > t$.

Câu 107: Cho $\log_5 x > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_x 5 \leq \log_x 4$. B. $\log_x 5 > \log_x 6$. C. $\log_5 x = \log_x 5$. D. $\log_5 x > \log_6 x$.

Câu 108: Cho $a, b, c > 0$ và $a < 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$. D. $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$.
C. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$. D. $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$.

Hướng dẫn giải

Câu D sai, vì $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$ (do $0 < a < 1$)

Câu 109: Cho $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $a^{\log_a b} = b$. B. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.
C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$. D. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

Câu 110: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b < 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$. B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$. C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$. D. $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$.

Câu 111: Cho $0 < a < b < 1$ mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_b a > \log_a b$. B. $\log_a b > 1$. C. $\log_b a < 0$. D. $\log_a b > \log_b a$.

Câu 112: Các số $\log_3 2, \log_2 3, \log_3 11$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

A. $\log_3 2, \log_3 11, \log_2 3$. B. $\log_3 2, \log_2 3, \log_3 11$.
C. $\log_2 3, \log_3 2, \log_3 11$. D. $\log_3 11, \log_3 2, \log_2 3$.

Câu 113: Cho các số thực a, b thỏa $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$.

C. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$.

B. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$.

D. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.

Hướng dẫn giải

Một hệ thức đúng với mọi $1 < a < b$ thì các trường hợp riêng cũng sẽ đúng.
Ta chọn $a = 2, b = 3$ và bấm máy kiểm tra từng đáp án chỉ có A đúng.

Chọn D.

Câu 114: Cho 2 số $\log_{1999} 2000$ và $\log_{2000} 2001$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$.

B. Hai số trên nhỏ hơn 1.

C. Hai số trên lớn hơn 2.

D. $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$.

Câu 115: Cho $a, b, c > 0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log^2_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} = 1$.

B. $\log^2_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} > 1$.

C. $\log^2_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} > -1$.

D. $\log^2_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} < 1$.

Câu 116: Nếu $(0, 1a)^{\sqrt{3}} < (0, 1a)^{\sqrt{2}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{1}{\sqrt{2}}$ thì:

A. $\begin{cases} a > 10 \\ b < 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ b > 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a > 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$.

Câu 117: Cho $0 < x < 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$

B. $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$

Câu 118: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ và $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 1, b > 1$.

B. $a > 1, 0 < b < a$.

C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

D. $0 < a < 1, b > 1$.

Câu 119: Cho các số thực dương a, b thỏa $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{5}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{5}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $0 < \log_a b < 1$.

B. $\log_a b > 1$.

C. $\log_b a < 0$.

D. $0 < \log_b a < 1$.

Câu 120: Cho $a > b > 1$. Gọi $M = \log_a b$; $N = \log_{ab} b$; $P = \log_{\frac{b}{a}} b$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $N > P > M$.

B. $N > M > P$.

C. $M > N > P$.

D. $M > P > N$.

Câu 121: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $e < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $\ln ab > 2$.

B. $\log_a e + \log_b e < 2$.

C. $\ln \frac{a}{b} > 0$.

D. $\ln b > \ln a$.

Câu 122: Với mọi số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a < b$.

B. $\log_2(a^2 + b^2) = 2 \log(a + b)$.

C. $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a \geq b$.

D. $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$.

Câu 123: Cho $a, b, c > 0$ và $a > 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

C. $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$.

D. $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$.

Câu 124: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

B. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$.

C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

D. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.

Câu 125: Cho $a \log_6 3 + b \log_6 2 + c \log_6 5 = 5$, với a, b và c là các số hữu tỷ. các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. $a = b$.

B. $a > b$.

C. $b > a$.

D. $c > a > b$.

Câu 126: Cho $a, b \in \mathbb{Q}_+^* \setminus \{1\}$ thỏa mãn: $a^{\frac{13}{7}} < a^{\frac{15}{8}}$ và $\log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5}) > \log_b(2 + \sqrt{3})$. Khẳng định đúng là

A. $0 < a < 1, b > 1$.

B. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

C. $a > 1, b > 1$.

D. $a > 1, 0 < b < 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

/r1.B	2.A	3.C	4.D	5.C	6.D	7.D	8.D	9.A	10.D
11.C	12.B	13.B	14.B	15.D	16.A	17.A	18.A	19.A	20.A
21.D	22.A	23.A	24.D	25.A	26.A	27.A	28.A	29.A	30.C
31.A	32.A	33.D	34.A	35.A	36.C	37.B	38.A	39.A	40.B
41.C	42.A	43.D	44.C	45.C	46.C	47.A	48.A	49.B	50.C
51.C	52.A	53.D	54.C	55.C	56.B	57.C	58.A	59.B	60.A
61.B	62.A	63.D	64.B	65.C	66.C	67.B	68.C	69.A	70.B
71.B	72.A	73.B	74.A	75.D	76.B	77.D	78.A	79.A	80.B
81.A	82.C	83.D	84.B	85.A	86.A	87.A	88.A	89.A	90.A
91.D	92.B	93.C	94.C	95.D	96.A	97.A	98.A	99.B	100.A
101.D	102.D	103.C	104.D	105.D	106.D	107.D	108.D	109.D	110.A
111.A	112.B	113.D	114.A	115.A	116.C	117.A	118.D	119.C	120.C
121.C	122.C	123.C	124.B	125.C	126.D				