

HÌNH HỌC – HÌNH HỌC 10 – CHƯƠNG 1

§3. TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ

A- KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa	Cho vector $\vec{a}$ và số $k \in \mathbb{R}$. $k\vec{a}$ là một vector được xác định như sau: + $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, + $k\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$. + $ k\vec{a} = k \cdot \vec{a} $.
2. Tính chất	$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$; $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$; $k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$ $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.
3. Điều kiện để hai vector cùng phương	$\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{a} = k\vec{b}$
4. Điều kiện ba điểm thẳng hàng	A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}, k \neq 0 : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.
5. Biểu thị một vector theo hai vector không cùng phương	Cho hai vector không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{x}$ tùy ý. Khi đó $\Leftrightarrow \exists ! h, k \in \mathbb{R} : \vec{x} = h\vec{a} + k\vec{b}$.
6. Chú ý	Hệ thức trung điểm đoạn thẳng: I là trung điểm AB $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$ (M tùy ý). Hệ thức trọng tâm tam giác: G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ (M tùy ý).

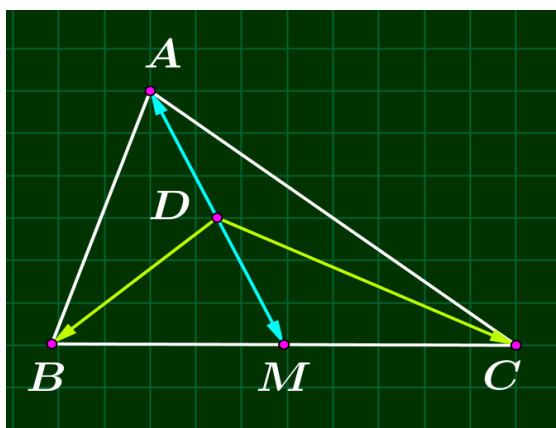
I-BÀI TẬP -SGK

Bài 1 (SGK tr 17): Cho hình bình hành ABCD. CMR: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$

Bài 4 (SGK tr 17): AM là đường trung tuyến của tam giác ABC, D là trung điểm của AM. CMR:

a) $2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

b) $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OD}$



a) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DM}$

Bài 5 (SGK tr 17): M, N là trung điểm AB và CD của tứ giác ABCD. CMR:

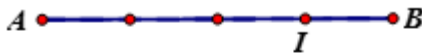
$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$$

Bài 3 (SGK tr 17): (tự học có hướng dẫn) Cho tam giác ABC. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 3MA$. Phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB}, \vec{v} = \overrightarrow{AC}$

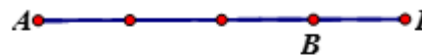
Bài 6 (SGK tr 17): Cho hai điểm phân biệt A, B. Tìm điểm K sao cho: $3\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$

II. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. [Mức độ 1] Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



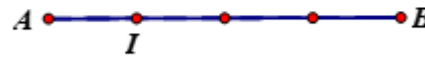
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và I là trung điểm của BC. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$.

B. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$.

C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

Câu 3. [Mức độ 1] Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ của tam giác ABC với trung tuyến AM.

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Câu 4: [Mức độ 1]. Cho hình vuông ABCD có tâm là O. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 5: [Mức độ 2]. Cho tam giác OAB vuông cân tại O, cạnh $OA = a$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. a .

B. $(1 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 6. [Mức độ 2] Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$ và G là trọng tâm. Tính độ dài của vector $3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AC}$?

- A. $2a\sqrt{7}$ B. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ C. $a\sqrt{7}$ D. $\frac{2a\sqrt{7}}{3}$

Câu 7: [Mức độ 3] Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 8: [Mức độ 3]. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

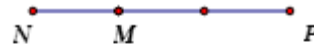
- A. đường tròn tâm I , đường kính $\frac{AB}{2}$.
B. đường tròn đường kính AB .
C. đường trung trực của đoạn thẳng AB .
D. đường trung trực của đoạn thẳng IA .

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (phần này không làm PPT)

Câu 1: [Mức độ 1] Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 2: [Mức độ 1]. Cho tam giác ABC vuông tại A , M là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. B. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. C. $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$.

Câu 3: [Mức độ 1]. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Câu 4: [Mức độ 1] Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$.

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$.

Câu 5: [Mức độ 1]. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 6: [Mức độ 1]. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là giao điểm của hai đường chéo. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

Câu 7: [Mức độ 2]. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

Câu 8: [Mức độ 3] Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 4$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Khi đó $\overrightarrow{DE}$ bằng:

A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

B. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$.

C. $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

D. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.

Câu 9: [Mức độ 2]. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}| = 5a$.

B. $|2\overrightarrow{OA}| + |3\overrightarrow{OB}| = 5a$.

C. $|7\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}| = 5a$.

D. $|11\overrightarrow{OA}| - |6\overrightarrow{OB}| = 5a$.

Câu 10: [Mức độ 2]. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: [Mức độ 2]. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 12: [Mức độ 2]. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN . Khi đó

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 13: [Mức độ 2]. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

Câu 14: [Mức độ 2]. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Đặt $\overrightarrow{GA} = \vec{a}, \overrightarrow{GB} = \vec{b}$. Hãy tìm m, n để có $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

A. $m = 1, n = 2$.

B. $m = -1, n = -2$.

C. $m = 2, n = 1$.

D. $m = -2, n = -1$.

Câu 15: [Mức độ 3] Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB = 5, BC = 6, CA = 7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

A. $\frac{5}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$.

B. $\frac{7}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$.

C. $\frac{7}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$.

D. $\frac{5}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$.

Câu 16: [Mức độ 3]. Cho hình thang $ABCD$ có đáy là AB và CD . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

Câu 17: [Mức độ 3]. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. M trùng A .

B. M trùng B .

C. M trùng C .

D. M là trọng tâm của tam giác ABC .

Câu 18: [Mức độ 3]. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm của hai đường chéo. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ là

A. trung trực của đoạn thẳng AB .

B. trung trực của đoạn thẳng AD .

C. đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AC}{2}$.

D. đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AB + BC}{2}$.