

CHỦ ĐỀ I. RÚT GỌN BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- Rút gọn A ;
- Tìm các giá trị nguyên của x để A là số nguyên;
- Tìm các giá trị của x để $A < 1$;
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A ;

Bài 2. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- Rút gọn P ;
- Tìm giá trị của x để $P = -1$;
- Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $P \in \mathbb{Q}$;
- So sánh P với 1;
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Bài 3. Cho biểu thức: $E = \frac{x+\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+1} : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{2-x}{x-\sqrt{x}} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- Rút gọn E ;
- Tìm giá trị của x để $E > 1$;
- Tìm giá trị nhỏ nhất của E với $x > 1$;
- Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $E \in \mathbb{Q}$;
- Tìm x để $E = \frac{9}{2}$;

Bài 4. Cho biết $P = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- Rút gọn P ;
- Tính giá trị của biết P khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$;
- Tìm giá trị của x để biểu thức P có giá trị lớn nhất.

Bài 5. Cho biểu thức: $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1} \right) : \left(2 - \frac{2x-\sqrt{x}}{x+1} \right)$ với $x \geq 0$.

- Rút gọn B ;
- Tính giá trị của B khi $x = 6 + 2\sqrt{5}$;
- Tìm x nguyên để B nguyên.

Bài 6. Cho biểu thức: $P = \frac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn P ;
- b) Tính giá trị của x khi $P = 4$;
- c) Tính giá trị nhỏ nhất của P ;
- d) Tính P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 7. Cho $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{5}{x+\sqrt{x}-2} \right) : \left(1 + \frac{3-x}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn P ;
- b) Tính P khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$;
- c) Tìm giá trị của x để $P = \frac{1}{\sqrt{x}}$;
- d) Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $P \in \mathbb{Q}$;
- e) Tìm x để $P < 1 - \sqrt{x}$;
- f) Tìm GTNN của P ;
- g) So sánh P với 2;
- h) Tìm m để phương trình $mP = \sqrt{x} - 2$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 8. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

- a) Rút gọn P ;
- b) Tìm x để $P = -1$;
- c) Tính P tại $x = \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \frac{8}{\sqrt{5}+1}$;
- d) Tìm x để: $P > \sqrt{x} + 2$;
- e) So sánh: P với 1;
- f) Tìm GTNN của P .

Bài 9. Cho biểu thức: $P = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn P ;
- b) Tìm x để $P = \frac{9}{2}$;
- c) So sánh P với 4.

Bài 10. Cho $P = \frac{2a+4}{a\sqrt{a}-1} + \frac{2+\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1} - \frac{2}{\sqrt{a}-1}$ với $a \geq 0, a \neq 1$.

- a) Rút gọn P ;
- b) So sánh P với $\sqrt{P}$;
- c) So sánh P với $|P|$;

Bài 11. a) Cho $A = \frac{5 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.

b) Rút gọn biểu thức: $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{x + 9}{2x + 6\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

c) Tìm x để $\frac{\sqrt{x}}{B} = A$.

Bài 12. a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x + 2 - 2\sqrt{2x}}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}$ với $x \geq 0, x \neq 2$.

b) Tính giá trị biểu thức: $B = 1 - \sqrt{x} - \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}}$ khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$.

c) Với các biểu thức A và B ở trên tìm x để $A + B = 6$.

Bài 13. a) Cho $A = \frac{6\sqrt{x} - 12}{x\sqrt{x} - 4\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{x - 4} + \frac{2}{2 - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A và B .

b) Tính giá trị của $M = A : B$ tại $x = \frac{1}{9 + 4\sqrt{5}}$.

c) Tìm GTNN của N biết: $N = M + 2\sqrt{x}$.

Bài 14. Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{1 + \sqrt{x}} + \frac{2}{x - 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A và B ;

b) Tính giá trị của biểu thức $C = A : B$ khi $x = \frac{1}{3 + \sqrt{5}}$ biết

c) Tìm giá trị của x để $C < 0$;

d) Tìm GTNN của $D = C + \frac{3}{\sqrt{x}}$.

Bài 15. a) Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$ tại $x = 36$.

b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x + 2\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

c) Tìm x để $A.B < \frac{3}{4}$.

Bài 16. Cho $P = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} + 2} - \frac{x + 1}{1 - x} \right) \cdot \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn P ;

b) Tìm x để $P = 2$;

c) Tìm $x \in \square$ để $P \in \square$;

d) Tính P tại $x = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

Bài 17. Cho $P = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} + \frac{2 + \sqrt{x} - x}{x - \sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x}{x\sqrt{x} - 1} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn P ;
- b) So sánh P với 3;
- c) Tìm giá trị của x để $P = 2\sqrt{x}$.

Bài 18. a) Tính giá trị của biểu thức $P = x - 3\sqrt{x} + 2$ khi $x = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

b) Rút gọn biểu thức $Q = \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

c) Với hai biểu thức P và Q ở trên, hãy tìm giá trị của x để $A = P.Q < \frac{1}{2}$.

Bài 19. Cho $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{3}{x - 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{x - \sqrt{x} - 3}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn P ;
- b) Tìm giá trị của $x \in \mathbb{Q}$ để P nhận giá trị nguyên;
- c) Tìm GTNN của $\frac{1}{P}$.

Bài 20. Cho $P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x + 1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn P ;
- b) Tính P tại $x = 9$;
- c) Tìm x để $P = -\frac{1}{7}$;
- d) So sánh P với 1;
- e) Tìm x để $P < 0$.

