

CHUYÊN ĐỀ : TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A – Tóm tắt lý thuyết

Bài toán 1: Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số:

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại M .

- Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0)$
- phương trình tiếp tuyến tại điểm M là: $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$

Bài toán 2: Tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước

- Gọi (Δ) là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k .
- Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó x_0 thỏa mãn: $f'(x_0) = k (*)$.
- Giải $(*)$ tìm x_0 . Suy ra $y_0 = f(x_0)$.
- Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = k(x - x_0) + y_0$

Bài toán 3: Tiếp tuyến đi qua điểm

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $A(a; b)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến đi qua A .

- Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và có hệ số góc k . Khi đó $(\Delta): y = k(x - a) + b (*)$
- Để (Δ) là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = k(x - a) + b & (1) \\ f'(x) = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.
- Thay (2) vào (1) ta có phương trình ẩn x . Tìm x thay vào (2) tìm k thay vào $(*)$ ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm.

* Chú ý:

1. Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) là: $k = f'(x_0)$

2. Cho đường thẳng $(d): y = k_d x + b$

- $+) (\Delta) // (d) \Rightarrow k_\Delta = k_d$
- $+) (\Delta) \perp (d) \Rightarrow k_\Delta \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = -\frac{1}{k_d}$
- $+) (\Delta, d) = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{k_\Delta - k_d}{1 + k_\Delta \cdot k_d} \right|$
- $+) (\Delta, Ox) = \alpha \Rightarrow k_\Delta = \pm \tan \alpha$

3. Tiếp tuyến tại các điểm cực trị của đồ thị (C) có phương song song hoặc trùng với trục hoành.

4. Cho hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$

- $+) \text{ Khi } a > 0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.
- $+) \text{ Khi } a < 0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc lớn nhất.

B – BÀI TẬP

Câu 60: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có phương trình là:

- A. $y = -x - 3$ B. $y = -x + 2$ C. $y = x - 1$ D. $y = x + 2$

Câu 61: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(3; 1)$

- A. $y = -9x + 20$ B. $9x + y - 28 = 0$ C. $y = 9x + 20$ D. $9x - y + 28 = 0$

Câu 62: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. Tiếp tuyến tại điểm uốn của đồ thị hàm số, có phương trình là

- A. $y = -x + \frac{11}{3}$ B. $y = -x - \frac{1}{3}$ C. $y = x + \frac{11}{3}$ D. $y = x + \frac{1}{3}$

Gv : Đào Phương Thảo

Câu 63: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

A. song song với đường thẳng $x = 1$

B. song song với trục hoành

C. Có hệ số góc dương

D. Có hệ số góc bằng -1

Câu 64: cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x-3}$ có đồ thị là (H), Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (H) với trục hoành là:

A. $y = -3x + 1$

B. $y = 2x - 4$

C. $y = -2x + 4$

D. $y = 2x$

Câu 65: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung bằng.

A. -2

B. 2

C. 1

D. -1

Câu 66: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 1$ có hệ số góc $k = 3$ là

A. $y = 3x + 1$; $y = 3x - 19$

B. $y = 3x + 1$; $y = 3x - \frac{1}{3}$

C. $y = 3x - 1$; $y = 3x - 19$

D. $y = 3x - 1$; $y = 3x - \frac{19}{3}$

Câu 67: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ bằng:

A. -2

B. 2

C. 0

D. Đáp số khác

Câu 68: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc $K = -9$, có phương trình là:

A. $y - 16 = -9(x + 3)$

B. $y - 16 = -9(x - 3)$

C. $y + 16 = -9(x + 3)$

D. $y = -9(x + 3)$

Câu 69: Cho đường cong (C): $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$, tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{1}{2}$ có hệ số góc là:

A. $k = \frac{2}{29}$

B. $k = \frac{12}{25}$

C. $k = \frac{29}{12}$

D. $k = \frac{12}{29}$

Câu 70: Cho hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P). Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (P) có hệ số góc bằng 8 thì hoành độ điểm M là

A. 12

B. -6

C. -1

D. 5

Câu 71: Cho đường cong (C): $y = 2x - \sqrt{2x^2 + 1}$, PT tiếp tuyến với (C) tại điểm M(0;-1) là:

A. $y = x - 1$

B. $y = 2x + 1$

C. $y = -2x - 1$

D. $y = 2x - 1$

Câu 72: Cho đường cong (C): $y = e^{\sin x}$, PT tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ là:

A. $y = -x + 1$

B. $y = 2x + 1$

C. $y = x - 1$

D. $y = x + 1$

Câu 73: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với (C): $y = |x|x^2$ tại $x = -1$ là ?

A. 3

B. -3

C. 3 hoặc -3

D. Kết quả khác

Câu 74: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với (C): $y = \ln x^2$ tại $x = -1$ là ?

A. 2

B. -2

C. 2 hoặc -2

D. Không tồn tại

Câu 75: Tìm phương trình tiếp tuyến của (C): $y = \sin 2x$ tại $x = -\frac{\pi}{4}$ là ?

A. $y = -1$

B. $y = 1$

C. $y = 1$ hoặc $y = -1$

D. Kết quả khác

Câu 76: Số tiếp tuyến của (C): $y = e^{x^3}$ vuông góc với (d): $x - 3y = 0$?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 77: Tìm phương trình tiếp tuyến của (C): $y = \sqrt{4x-3}$ tại $x = 1$ là ?

A. $y = 2x + 1$

B. $y = 2x - 1$

C. $y = 1 - 2x$

D. $y = -1 - 2x$

Gv : Đào Phương Thảo

Câu 78: Cho đồ thị (C) của hàm số: $y = x \ln x$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{x}{3} + 1$. Hoành độ của M gần nhất với số nào dưới đây ?

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 79: Tìm phương trình tiếp tuyến của (P): $y = x^2 - 2x + 3$ song song với (d): $y = 2x$ là ?

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = 2x - 1$ C. $y = 2x + \frac{1}{2}$ D. $y = 2x - \frac{1}{2}$

Câu 80: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 2$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng song song với đường thẳng $y = -2x + 5$. Hai tiếp tuyến đó là:

- A. $y = -2x + \frac{10}{3}$ và $y = -2x + 2$; B. $y = -2x + 4$ và $y = -2x - 2$;
C. $y = -2x - \frac{4}{3}$ và $y = -2x - 2$; D. $y = -2x + 3$ và $y = -2x - 1$.

Câu 81: Cho (H): $y = \frac{x+1}{x-1}$ các tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $2x + y + 8 = 0$ là

- A. $y = -2x \pm 1$ B. $y = 2x \pm 1$
C. $y = -2x - 1$; $y = -2x + 7$ D. $y = -2x + 2$; $y = -2x - 7$

Câu 82: Cho (C): $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + 1$ có điểm uốn I. Kết luận nào sau đây sai ?

- A. I là tâm đối xứng của (C) B. (C) cắt trục hoành tại đúng 1 điểm
C. Tiếp tuyến của (C) tại I có hệ số góc bé nhất D. Tiếp tuyến của (C) tại I có hệ số góc lớn nhất

Câu 83: Tìm M trên (H): $y = \frac{x+1}{x-3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với (d): $y = x + 2007$?

- A. (1; -1) hoặc (2; -3) B. (5; 3) hoặc (2; -3) C. (5; 3) hoặc (1; -1) D. (1; -1) hoặc (4; 5)

Câu 84: Cho (H): $y = \frac{x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. (H) có tiếp tuyến song song với trục tung
B. (H) có tiếp tuyến song song với trục hoành
C. Không tồn tại tiếp tuyến của (H) có hệ số góc âm
D. Không tồn tại tiếp tuyến của (H) có hệ số góc dương

Câu 85: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ (C). Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2016$. Khi đó $x_1 + x_2$ là:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. -1

Câu 86: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) là gì ? biết khoảng cách từ điểm I(1;2) đến tiếp tuyến bằng $\sqrt{2}$.

- A. $x + y - 1 = 0$ và $x + y - 5 = 0$
B. $x + \sqrt{7}y + 3 - 2\sqrt{7} = 0$ và $x + \sqrt{7}y - 3 - 2\sqrt{7} = 0$
C. $x - y - 6 = 0$ và $x + y - 5 = 0$
D. $x + y - 1 = 0$ và $x - y + 5 = 0$

Câu 87: Tiếp tuyến của parabol $y = 4 - x^2$ tại điểm (1;3) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích tam giác vuông đó là

- A. $\frac{25}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{25}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Câu 88: Gọi $M \in (C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B. Hãy tính diện tích tam giác OAB ?

Gv : Đào Phương Thảo

A. $\frac{121}{6}$

B. $\frac{119}{6}$

C. $\frac{123}{6}$

D. $\frac{125}{6}$

Câu 89: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm trên (C) những điểm M sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A, B sao cho AB ngắn nhất.

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ và $(1; -1)$

B. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$ và $(3; 3)$

C. $(3; 3)$ và $(1; 1)$

D. $\left(4; \frac{5}{2}\right)$ và $(3; 3)$

Câu 90: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C). Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của (C) và có hệ số góc nhỏ nhất:

A. $y = -3x + 2$

B. $y = -3x - 3$

C. $y = -3x$

D. $y = 0$

Câu 91: Biết tiếp tuyến của (C): $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{-x + 2}$ vuông góc với (d): $y = -\frac{3}{4}x$ thì hoành độ tiếp điểm là ?

A. 0 và - 2

B. 4 và - 2

C. 0 và 4

D. Đáp án khác

Câu 92: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ (C). Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2017$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$

B. $-\frac{4}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. -1

Câu 93: Cho $(C_m): y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + 1$. Gọi $A \in (C_m)$ có hoành độ là -1. Tìm m để tiếp tuyến tại A song song với (d): $y = 5x$?

A. $m = -4$

B. $m = 4$

C. $m = 5$

D. $m = -1$

Câu 94: Đường thẳng $y = 3x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 2$ khi m bằng

A. 1 hoặc -1

B. 4 hoặc 0

C. 2 hoặc -2

D. 3 hoặc -3

Câu 95: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + m + 1$ tiếp xúc với trục hoành khi:

A. $m = 1$

B. $m = \pm 1$

C. $m = -1$

D. $m \neq 1$

Câu 96: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x + m$ khi

A. $m = \sqrt{8}$

B. $m \neq 1$

C. $m = \pm 2\sqrt{2}$

D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 97: Cho $(C_m): y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + 1$. Gọi $A \in (C_m)$ có hoành độ là -1. Tìm m để tiếp tuyến tại A song song với (d): $y = 5x$?

A. $m = - 4$

B. $m = 4$

C. $m = 5$

D. $m = - 1$

Câu 98: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ (C). Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó đi qua $A(-1; -2)$

A. $y = 9x + 7; y = -2$

B. $y = 2x; y = -2x - 4$

C. $y = x - 1; y = 3x + 2$

D. Đáp án khác

Câu 99: Hai tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ đi qua điểm $(2; 3)$ có các hệ số góc là

A. 2 hoặc 6

B. 1 hoặc 4

C. 0 hoặc 3

D. -1 hoặc 5

Câu 100: Tìm phương trình tiếp tuyến của (C): $y = \ln x$ đi qua gốc tọa độ ?

A. $y = \frac{x}{e}$

B. $y = -\frac{x}{e}$

C. $y = ex + 1$

D. $y = 1 - ex$

Câu 101: Số tiếp tuyến của (C): $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3$ kẻ từ $A(0; 1)$ là ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 102: Điều kiện để (C): $y = (x^2 - 1)^2$ tiếp xúc với (P): $y = mx^2 - 3$ là ?

A. $m = 2$

B. $m = - 2$

C. $m = \pm 2$

D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 103: Điều kiện để (C): $y = x^4 - 5x^2$ tiếp xúc với (P): $y = x^2 + a$ là ?

A. $a = 0$

B. $a = - 9$

C. $a = 0$ hoặc $a = - 9$

D. $a \neq 0$

Gv : Đào Phương Thảo

Câu 104: Tìm m để $(C_m)y = \frac{(m+1)x+m}{x+m}$ tiếp xúc với (d): $y = x+1$?

A. $m = 0$

B. $m \in \mathbb{R}$

C. $m \neq 0$

D. $m = 1$

Câu 105: Tìm m để hai đường $y = -2mx - m^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ tiếp xúc nhau ?

A. $m = 0$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 106: Tìm m để hai đường $y = \frac{2x^2 + mx + 2 - m}{x + m - 1}$ và $y = x - 1$ tiếp xúc nhau ?

A. $m \neq 2$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 107: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: 2x - y + m = 0$ tiếp xúc với đồ thị (C): $y = \frac{-2x - 4}{x + 1}$

A. $m = 2$

B. $m = -2$

C. $m = -4$ hay $m = 4$

D. $m = -2$ hay $m = 2$

Gv : Đào Phương Thảo

C - ĐÁP ÁN:

60A, 61B, 62A, 63B, 64C, 65B, 66B, 67A, 68A, 69B, 70B, 71A, 72D, 73C, 74C, 75A, 76C, 77B,
78D, 79A, 80A, 81C, 82D, 83C, 84D, 85A, 86A, 87A, 88A, 89C, 90A, 91D, 92A, 93B, 94B, 95A,
96C, 97B, 98D, 99A, 100A, 101B, 102A, 103C, 104C, 105D, 106D, 107C

GV : Đào Phương Thảo - LT