

CHỦ ĐỀ 8: BẤT PHƯƠNG LÔGARIT

A – KIẾN THỨC CHUNG

1. Định nghĩa

- Bất phương trình lôgarit là bất phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.

2. Phương trình và bất phương trình lôgarit cơ bản: cho $a, b > 0, a \neq 1$

- Bất phương trình lôgarit cơ bản có dạng:
 $\log_a f(x) > b; \log_a f(x) \geq b; \log_a f(x) < b; \log_a f(x) \leq b$

3. Phương pháp giải phương trình và bất phương trình lôgarit

- Đưa về cùng cơ số

$$\begin{aligned} &\text{➤ Nếu } a > 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \\ &\text{➤ Nếu } 0 < a < 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \end{aligned}$$

- Đặt ẩn phụ
- Mũ hóa
- Phương pháp hàm số và đánh giá

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BẤT PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) < 1$ là:

- A. $(0; 1)$. B. $\left(\frac{1}{8}; 1 \right)$. C. $(1; 8)$. D. $\left(\frac{1}{8}; 3 \right)$.

Câu 2: Bất phương trình $\log_2 (x^2 - 2x + 3) > 1$ có tập nghiệm là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\{1\}$. D. $\emptyset$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (2x - 1) > -1$ là:

- A. $\left(1; \frac{3}{2} \right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty \right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2} \right)$.

Câu 4: Giải bất phương trình $\log_{\frac{3}{4}} (2x - 1) > 2$ ta được:

- A. $\frac{1}{2} < x < \frac{25}{32}$. B. $x > \frac{25}{32}$. C. $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > \frac{25}{32}$. D. $x > \frac{1}{2}$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $3 < \log_2 x < 4$ là:

- A. $(8; 16)$. B. $(0; 16)$. C. $(8; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(2x-1) > -2$

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1$ là

- A. $[\sqrt{2}; +\infty)$. B. $[-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$. C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. D. $(0; \sqrt{2}]$.

Câu 8: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{x-1} > 2$.

- A. $S = (1; 1+\sqrt{2})$. B. $S = (1; 9)$. C. $S = (1+\sqrt{2}; +\infty)$. D. $S = (9; +\infty)$.

Câu 9: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[0; 1) \cup (2; 3]$. C. $[0; 2) \cup (3; 7]$. D. $[0; 2)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 0$ là:

- A. $(1; 2)$. B. $(1; 2]$. C. $(-\infty; 2]$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là:

- A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $S = [-2; 0)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $S = \emptyset \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Câu 12: Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.
C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > 0$ là:

- A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là:

- A. $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$. B. $S = \left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.
C. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. D. $S = \emptyset$.

Câu 15: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}-1}(x^2 - 2x + 1) > 0$.

- A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 16: Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln \frac{x^2-1}{x} < 0$ là:

- A. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$. B. $x > -1$. C. $x > 0$. D. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$.

Câu 17: Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left[\log_2(2-x^2) \right] > 0$ là:

- A. $x \in [-1; 1]$. B. $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.
C. $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $x \in (-1; 1)$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 2$. B. $m > 2$. C. $m \leq 2$. D. $m < 2$.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx - x^2) = 2$ vô nghiệm?

- A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $m > -4$.

Câu 20: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m < 4$. D. $4 < m \leq 7$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) < 1$ là:

- A. $(0; 1)$. B. $\left(\frac{1}{8}; 1 \right)$. C. $(1; 8)$. D. $\left(\frac{1}{8}; 3 \right)$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_6 \frac{x^2 + x}{x + 4} \right) < 0$ là

- A. $S = (-4; -3) \cup [8; +\infty)$. B. $S = [8; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; -4) \cup (-3; 8)$. D. $S = (-4; -3) \cup (8; +\infty)$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng

- A. 15. B. 13. C. $\frac{37}{3}$. D. 30.

Câu 24: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) > 0$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-2; -1) \cup (1; 4)$.

Câu 25: Bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x > 1$ có nghiệm là

- A. $x > 3^{\log_2 6}$. B. $x > 2^{\log_3 6}$. C. $x > 6$. D. $x > 3^{\log_6 2}$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 5x + 7)$. Nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là:

- A. $x > 3$. B. $x < 2$ hoặc $x > 3$. C. $2 < x < 3$. D. $x < 2$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x} \geq 0$ là:

- A. $T = \left[\frac{3}{2}; +\infty \right)$. B. $T = \left[-2; \frac{1}{3} \right]$. C. $T = \left(-2; \frac{1}{3} \right)$. D. $T = \left(-\infty; \frac{1}{3} \right)$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln[(x-1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ là

- A. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cap (2; 3)$. C. $(1; 2) \cap (3; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (2; 3)$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln[(x+1)(x-2)(x-3)+1] > 0$ là

- A. $(1;2) \cap (3;+\infty)$. B. $(-\infty;1) \cup (2;3)$. C. $(-\infty;1) \cap (2;3)$. D. $(1;2) \cup (3;+\infty)$.

Câu 30: Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là tập nghiệm của các bất phương trình sau: $2^x + 2 \cdot 3^x - 5^x + 3 > 0$; $\log_2(x+2) \leq -2$; $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x > 1$. Tìm khẳng định đúng?

- A. $S_1 \subset S_3 \subset S_2$. B. $S_2 \subset S_1 \subset S_3$. C. $S_1 \subset S_2 \subset S_3$. D. $S_2 \subset S_3 \subset S_1$.

Câu 31: Tìm tập xác định hàm số sau: $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{3-2x-x^2}{x+1}}$.

- A. $D = \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left[\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; +\infty\right)$. B. $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
C. $D = \left(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; -3\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 1\right)$. D. $D = \left[\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; -3\right) \cup \left[\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 1\right)$.

Câu 32: Bất phương trình $\max\left\{\log_3 x; \log_{\frac{1}{2}} x\right\} < 3$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 27)$. B. $(8; 27)$. C. $\left(\frac{1}{8}; 27\right)$. D. $(27; +\infty)$.

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $(2^{x^2-4} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$ là

- A. $[1; 2]$. B. $(-2; -1) \cup (1; 2)$. C. $\{1; 2\}$. D. $(1; 2)$.

Câu 34: Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{9}{8}$. D. 9.

Câu 35: Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

- A. $(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$. B. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$ và $\sqrt{10}+\sqrt{2}$.
C. $(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2$. D. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$.

Câu 36: Tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \cdot \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm là

- A. $m > 2\sqrt{3}$. B. $m \geq 2\sqrt{3}$. C. $m > 12\log_3 5$. D. $2 < m < 12\log_2 5$.

Câu 37: Số thực a nhỏ nhất để bất đẳng thức $\ln(1+x) \geq x - ax^2$ luôn đúng với mọi số thực dương x là $\frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $T = 2m + 3n$.

- A. $T = 5$ B. $T = 8$ C. $T = 7$ D. $T = 11$

Câu 38: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 > 1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+y) \geq 1$. Biết giá trị lớn nhất của

$P = x + y$ là $\frac{a+b\sqrt{6}}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{c}$ tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{15}$. C. $\sqrt{19}$. D. 12.

Câu 39: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(x+y+3) \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3x + 4y - 6$.

- A. $\frac{5\sqrt{6}-9}{2}$. B. $\frac{5\sqrt{6}-3}{2}$. C. $\frac{5\sqrt{3}-5}{2}$. D. $\frac{5\sqrt{6}-5}{2}$.

Câu 40: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\frac{2\sqrt{10}}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Câu 41: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2}(x+y) \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x + 2y$.

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{3+\sqrt{10}}{2}$. D. $\frac{5+\sqrt{10}}{2}$.

Câu 42: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2}(2x+y) \geq 1$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2x + y$ là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $S = a + b$.

- A. 17. B. 13. C. 11. D. 15.

PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

Câu 43: Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}x$ là:

- A. $x > -\frac{1}{2}$. B. $x > 0$. C. $x > 1$. D. $x > -1$.

Câu 44: Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là:

- A. $2 < x < 5$. B. $1 < x < 2$. C. $2 < x < 3$. D. $-4 < x < 3$.

Câu 45: Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_5(x-2) + \log_{\frac{1}{5}}(x+2) > \log_5 x - 3$ là:

- A. $x > 3$. B. $x > 2$. C. $x > -2$. D. $x > 0$.

Câu 46: Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+15) \leq \log_{0,5}(x^2+6x+8)$ là:

- A. $x > -2$. B. $\begin{cases} x < -4 \\ x > -2 \end{cases}$. C. $x > -3$. D. $-4 < x < -2$.

Câu 47: Một bạn giải bất phương trình lôgarit $\log_5(x-1)(x-3)(x-5) \leq \log_5(x-3)(x-5)$ (1) như sau:

Bước 1:

Điều kiện:

$$\begin{cases} (x-1)(x-3)(x-5) > 0 \\ (x-3)(x-5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (1;3) \cup (5;+\infty) \\ x \in (-\infty;3) \cup (5;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (1;3) \cup (5;+\infty).$$

Bước 2:

Tập xác định: $D = (1;3) \cup (5;+\infty)$.

Bước 3:

$$\begin{aligned}
 (1) &\Leftrightarrow \log_5(x-1) + \log_5(x-3) + \log_5(x-5) \leq \log_5(x-3) + \log_5(x-5) \\
 &\Leftrightarrow \log_5(x-1) \leq 0 \\
 &\Leftrightarrow x-1 \leq 1 \\
 &\Leftrightarrow x \leq 2.
 \end{aligned}$$

Bước 4:

Tập nghiệm của bất phương trình (1) là: $T = \emptyset$.

A. Bước 1.

B. Bước 2.

C. Bước 3.

D. Bước 4.

Câu 48: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x-1) \geq 0$ là:

A. $S = [1; 6]$.

B. $S = (5; 6]$.

C. $S = (5; +\infty)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 49: Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5(x-2) < \log_{0,2} 3$ là:

A. $x = 6$.

B. $x = 3$.

C. $x = 5$.

D. $x = 4$.

Câu 50: Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = [1 - \sqrt{2}; +\infty)$.

B. $S = [1 + \sqrt{2}; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1 + \sqrt{2}]$.

D. $S = (-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Câu 51: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_2(2x + 1)$ là:

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 52: Bất phương trình $\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \geq \log_{\frac{3}{4}}(x+2)$ có tập nghiệm S là

A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

B. $S = (-2; 1)$.

C. $S = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 53: Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x - 4)$.

A. $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

B. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $S = (2; +\infty)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 54: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x^2 + 25) > \log(10x)$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$.

C. $(0; 5) \cup (5; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 55: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

A. $S = (2; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2)$.

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $S = (-1; 2)$.

Câu 56: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là:

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$.

C. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

D. $(-4; 1)$.

Câu 57: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 1) < \log_{\frac{1}{3}}(x-1)$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 58: Giải bất phương trình $\log_3(3x-2) \geq 2\log_9(2x-1)$, ta được tập nghiệm là:

A. $(-\infty; 1)$

B. $(1; +\infty)$

C. $(-\infty; 1]$

D. $[1; +\infty)$

Câu 59: Tìm nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1-x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Câu 60: Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$. B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$. D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Câu 61: Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 6. B. 10. C. 16. D. 9.

Câu 62: Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 63: Nghiệm của bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ là

- A. $x > \frac{3}{4}$. B. Vô nghiệm. C. $\frac{3}{4} < x \leq 3$. D. $-\frac{3}{8} \leq x \leq 3$.

Câu 64: Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = \frac{26}{5}$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $S = \frac{28}{15}$. D. $S = \frac{11}{5}$.

Câu 65: Bất phương trình $\ln(2x+3) \geq \ln(2017-4x)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 170. B. 169. C. Vô số. D. 168.

Câu 66: Tìm tập hợp nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2+1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x+4)$.

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$.
C. $S = (-2; -1)$. D. $S = (-2; +\infty)$.

Câu 67: Bất phương trình $\log_2(2^x+1) + \log_2(4^x+1) \leq 2$ có tập nghiệm

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0]$.

Câu 68: Bất phương trình $\log_{\frac{4}{25}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}}x$ tương đương với bất phương trình nào dưới đây

- A. $2\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}}x$. B. $\log_{\frac{4}{25}}x + \log_{\frac{4}{25}}1 \geq \log_{\frac{2}{5}}x$.
C. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq 2\log_{\frac{2}{5}}x$. D. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{4}{25}}x$.

Câu 69: Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x-3) - \log_2(x^2-2x) \geq 0$ được

- A. $2 < x \leq 3$. B. $\frac{3}{2} < x \leq 3$. C. $1 \leq x \leq 3$. D. $x \geq 3$.

Câu 70: Bất phương trình $3\log_3(x-1) + \log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1) \leq 3$ có tập nghiệm là

- A. $(1; 2]$. B. $[1; 2]$. C. $\left[\frac{-1}{2}; 2\right]$. D. $\left(\frac{-1}{2}; 2\right]$.

Câu 71: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$.

- A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$. D. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Câu 72: Nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) < \log_2(2x+3)$ là

- A. $x < -\frac{3}{2}$. B. $x > -\frac{3}{2}$.
C. $-1 < x < 0$ hoặc $x > 0$. D. $-\frac{3}{2} < x \leq -1$.

Câu 73: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq \log_{\sqrt{2}}(2x+3)$

- A. $S = \left[-\frac{3}{2}; -1\right]$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$. C. $S = [-1; +\infty)$. D. $S = \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 74: Bất phương trình $3\log_3(x-1) + \log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1) \leq 3$ có tập nghiệm là :

- A. $(1; 2]$. B. $[1; 2]$. C. $\left[\frac{-1}{2}; 2\right]$. D. $\left(\frac{-1}{2}; 2\right]$.

Câu 75: Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $-1 < m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $2 < m \leq 3$. D. $2 < m < 3$.

Câu 76: Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2\log_a(23x-23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15)$ (*)

Tập nghiệm T của bất phương trình (*) là

- A. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$. B. $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$. C. $T = (2; 8)$. D. $T = (2; 19)$.

Câu 77: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. C. $m < 4$. D. $-4 < m < 4$.

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ (1).

- A. $m \in [-12; 13]$. B. $m \in [12; 13]$. C. $m \in [-13; 12]$. D. $m \in [-13; -12]$.

Câu 79: Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $-1 < m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $2 < m \leq 3$. D. $2 < m < 3$.

Câu 80: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in (2; 5]$. B. $m \in (-2; 5]$. C. $m \in [2; 5)$. D. $m \in [-2; 5)$.

Câu 81: Với m là tham số thực dương khác 1. Hãy tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$. Biết rằng $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình.

- A. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. B. $S = (-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2\right]$.
C. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. D. $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$.

Câu 82: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in (2; 5]$. B. $m \in (-2; 5]$. C. $m \in [2; 5)$. D. $m \in [-2; 5)$.

Câu 83: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

- A. $m \in (2; 3]$. B. $m \in (-2; 3]$. C. $m \in [2; 3)$. D. $m \in [-2; 3)$.

Câu 84: Số giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình: $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A. 0. B. $\forall m \in \mathbb{R}$ và $m \leq 3$. C. 1. D. 2.

Câu 85: Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$

- A. $P = 6$. B. $P = 2\sqrt{2} + 3$. C. $P = 2 + 3\sqrt{2}$. D. $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Câu 86: Cho 2 số dương a và b thỏa mãn $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \geq 6$. Giá trị nhỏ nhất của $S = a + b$ là

- A. $\min S = 12$. B. $\min S = 14$. C. $\min S = 8$. D. $\min S = 16$.

Câu 87: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 2x - y$.

- A. $P_{\min} = 4$. B. $P_{\min} = -4$. C. $P_{\min} = 2\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

Câu 88: Cho hai số thực $x, y > 1$ thỏa mãn $\log x + \log y \geq \log(x^3 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2x + y$.

- A. $2\sqrt{2} - 2$. B. $\frac{8}{3}$. C. $4 + 4\sqrt{2}$. D. $3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 89: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log x + \log y \geq \log(x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 9. D. $\frac{1}{2}$.

PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Câu 90: Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}^2(x)$ là:

- A. $x = 7$. B. $x = 8$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Câu 91: Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}^2(x)$ trở thành bất phương trình nào?

- A. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$. B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$. C. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$. D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.

Câu 92: Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - 5\log_{0,2} x < -6$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$. B. $S = (2; 3)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{25}\right)$. D. $S = (0; 3)$.

Câu 93: Cho bất phương trình $\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2}$. Nếu đặt $t = \log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

- A. $2(1 - 2t) \leq 1 + t$. B. $\frac{1 - 2t}{1 + t} \leq \frac{1}{2}$. C. $1 - \frac{1}{2}t \leq \frac{1}{2}(1 + t)$. D. $\frac{2t - 1}{1 + t} \geq 0$.

Câu 94: Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 95: Nếu đặt $t = \log_3 \frac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4 \log_3 \frac{x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?

- A. $\frac{t^2-1}{t} < 0$. B. $t^2-1 < 0$. C. $\frac{t^2-1}{t} > 0$. D. $\frac{t^2+1}{t} < 0$.

Câu 96: Nghiệm của bất phương trình $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$ là

- A. $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$. B. $\frac{1}{2} < x < 2$.
C. $-\ln 2 < x < \ln 2$. D. $x < -\ln 2$ hoặc $x > \ln 2$.

Câu 97: Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x + \log_2 2x - 3 > 0$

- A. $S = \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (2; +\infty)$.
C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 98: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$ là:

- A. $S = (1; \sqrt{5})$. B. $S = (-1; \sqrt{5})$. C. $S = (-\sqrt{5}; 1)$. D. $S = (-\sqrt{5}; -1)$.

Câu 99: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{16\log_2 x}{\log_2 x^2 + 3} - \frac{3\log_2 x^2}{\log_2 x + 1} < 0$,

- A. $(0; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$
C. $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; \sqrt{2})$ D. $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; 1\right) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

Câu 100: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x} - 10x^{\log_2 \frac{1}{x}} + 3 > 0$ là:

- A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Câu 101: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

- A. Có 4 giá trị nguyên. B. Có 5 giá trị nguyên.
C. Có 6 giá trị nguyên. D. Có 7 giá trị nguyên.

Câu 102: Tập các giá trị của m để bất phương trình $\frac{\log_2^2 x}{\sqrt{\log_2^2 x - 1}} \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$ là:

- A. $(-\infty; 1]$. B. $[1; +\infty)$. C. $(-5; 2)$. D. $[0; 3)$.

Câu 103: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm với mọi $x \geq 1$?

- A. $m \geq 6$. B. $m > 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Câu 104: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\log_3 x + \sqrt{\log_3^2 x - 1}\right) \left(\sqrt{\log_3 x + 1} - \sqrt{\log_3 x - 1}\right) > 1$ là:

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ B. $[3; +\infty)$ C. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ D. $(-\infty; -2)$

Câu 105: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

A. $m \geq 6$.

B. $m > 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 6$.

PHƯƠNG PHÁP MŨ HÓA

Câu 106: Bất phương trình $\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$.

B. $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$.

C. $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$.

D. $S = (-\infty; 2]$.

Câu 107: Điều kiện xác định của phương trình $\log_2 [3\log_2 (3x-1)-1] = x$ là:

A. $x > \frac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$.

B. $x \geq \frac{1}{3}$.

C. $x > 0$.

D. $x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 108: Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3 (4 \cdot 3^{x-1}) > 2x-1$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Câu 109: Tập nghiệm của bất phương trình $(16^x - 4^{x+1} - 5) \cdot \log_4 (4x-1) + \log_{\frac{1}{2}} 32 < 16^{\frac{x+1}{2}} - 16^x$ là:

A. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{5}{16}; \log_4 5\right)$.

C. $\left(\frac{1}{4}; \log_4 5\right) \setminus \left\{\frac{5}{16}\right\}$.

D. $\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{16}\right)$.

Câu 110: Tập nghiệm của bất phương trình $(9^x - 3 \cdot 3^x - 4) \log_3 (2x-1) + \log_{\frac{1}{3}} 81 < 9^{\frac{x+1}{2}} - 9^x$ là:

A. $\left(\frac{1}{2}; \log_3 4\right) \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$.

B. $\left(\frac{2}{3}; \log_3 4\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 111: Tập nghiệm của bất phương trình $(4^x - 2^x - 2) \log_2 (x-1) + \log_{\frac{1}{2}} 4 < 2^x - 4^x$ (1)

A. $T = (1; +\infty)$.

B. $T = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

C. $T = \emptyset$.

D. $T = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ, ĐÁNH GIÁ

Câu 112: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 (x^2 - 4x + 16) - \log_2 (x) \leq -5x^2 + 40x - 74$ là:

A. $(-4; 4)$

B. $(4; +\infty)$

C. $\{4\}$

D. $(-\infty; 4)$

Câu 113: Cho bất phương trình $\log_2 \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 3x + 2} \right) \leq -2x + 2$. Phát biểu nào sau đây là Sai:

A. Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $T = (-\infty; -2) \cup (-1; 1]$.

B. Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $T = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

C. Tập xác định của phương trình đã cho là $(-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$.

D. Bất phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

Câu 114: Bất phương trình $\log_2 (2^x + 1) + \log_3 (4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm là:

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-\infty; 0]$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 115: Cho a là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn $3\log_3 (1 + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) > 2\log_2 \sqrt{a}$. Tìm phần nguyên của $\log_2 (2017a)$.

A. 14.

B. 22.

C. 16.

D. 19.