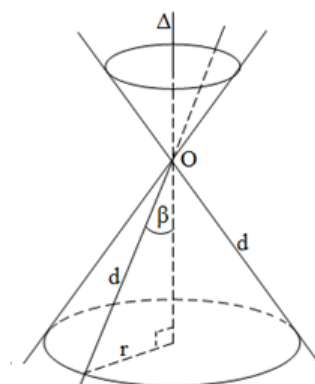


HÌNH NÓN - KHỐI NÓN

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1) Mặt nón tròn xoay

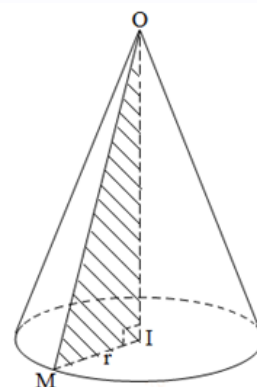
- + Trong mặt phẳng (P), cho 2 đường thẳng d, Δ cắt nhau tại O và chúng tạo thành góc β với $0 < \beta < 90^\circ$. Khi quay mp(P) xung quanh trục Δ với góc β không thay đổi được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O (hình 1).
- + Người ta thường gọi tắt mặt nón tròn xoay là mặt nón.
- Đường thẳng Δ gọi là trục, đường thẳng d được gọi là đường sinh và góc 2β gọi là góc ở đỉnh.



Hình 1

2) Hình nón tròn xoay

- + Cho ΔOIM vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón) (hình 2).
- + Đường thẳng OI gọi là trục, O là đỉnh, OI gọi là đường cao và OM gọi là đường sinh của hình nón.
- + Hình tròn tâm I, bán kính $r = IM$ là đáy của hình nón.



Hình 2

3) Công thức diện tích và thể tích của hình nón

Cho hình nón có chiều cao là h , bán kính đáy r và đường sinh là ℓ thì có:

- + Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi.r.\ell$
- + Diện tích đáy (hình tròn): $S_{tr} = \pi.r^2$
- + Diện tích toàn phần hình tròn: $S = S_{tr} + S_{xq}$
- + Thể tích khối nón: $V_{nón} = \frac{1}{3} S_{tr}.h = \frac{1}{3} \pi.r^2.h$

4) Tính chất:

Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng đi qua đỉnh thì có các trường hợp sau xảy ra:

- + Mặt phẳng cắt mặt nón theo 2 đường sinh $\rightarrow$ Thiết diện là tam giác cân.
- + Mặt phẳng tiếp xúc với mặt nón theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi đó là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón.
- Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng không đi qua đỉnh thì có các trường hợp sau xảy ra:
- + Nếu mặt phẳng cắt vuông góc với trục hình nón $\rightarrow$ giao tuyến là một đường tròn.
- + Nếu mặt phẳng cắt song song với 2 đường sinh hình nón $\rightarrow$ giao tuyến là 2 nhánh của 1 hypebol.
- + Nếu mặt phẳng cắt song song với 1 đường sinh hình nón $\rightarrow$ giao tuyến là 1 đường parabol.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Cho khối nón có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng r . Thể tích của khối nón là:

- A. $V = \pi r^2 h$ B. $V = 3\pi r^2 h$ C. $V = \frac{1}{3} \pi^2 r h$ D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Câu 2: Với V là thể tích của khối nón tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h được cho bởi công thức nào sau đây:

- A. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ B. $V = \frac{4}{3} \pi r^2 h$ C. $V = \pi r^2 h$ D. $V = \frac{4}{3} \pi^2 r^2 h$

Câu 3: Cho khối nón có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng r . Diện tích toàn phần của khối nón là:

- A. $S_{tp} = \pi r(l + r)$ B. $S_{tp} = \pi r(2l + r)$ C. $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$ D.

$$S_{tp} = 2\pi r(l + 2r)$$

Câu 4: Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích của khối nón là:

- A. 160π B. 144π C. .. D. 120π

Câu 5: Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích của khối nón là:

- A. 160π B. 144π C. 128π D. 120π

Câu 6: Cho khối nón có chiều cao bằng 8 và độ dài đường sinh bằng 10. Thể tích của khối nón là:

- A. 96π B. 140π C. 128π D. 124π

Câu 7: Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác ABC đều có cạnh bằng a ; Biết B, C thuộc đường tròn đáy. Thể tích của khối nón là:

- A. $a^3 \pi \sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ C. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{3a^3 \pi}{8}$

Câu 8: Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác ABC vuông cân tại A; Biết A trùng với đỉnh của khối nón, $AB = 4a$. Bán kính đường tròn đáy của khối nón là:

- A. $a3\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $2\sqrt{2}a$

Câu 9: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích của khối nón là:

- A. $\frac{6\sqrt{11}}{5} \pi$ B. $\frac{25\sqrt{11}}{3} \pi$ C. $\frac{4\sqrt{11}}{3} \pi$ D. $\frac{5\sqrt{11}}{3} \pi$

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đường tròn đáy bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 120π . Chiều cao h của khối nón là:

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{3}$ C. $2\sqrt{11}$ D. $\sqrt{11}$

Câu 11: Cho khối nón có đỉnh S, cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh của khối nón tạo thành thiết diện là tam giác SAB. Biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến thiết diện bằng 2, $AB = 12$, bán kính đường tròn đáy bằng 10. Chiều cao h của khối nón là:

- A. $\frac{8\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$ C. $\frac{4\sqrt{15}}{15}$ D. $\sqrt{15}$

Câu 12: Cho hình nón có đỉnh S, tâm đáy là O, bán kính đáy là a, góc tạo bởi một đường sinh SM và đáy là 60° . Tìm kết luận sai:

- A. $l = 2a$ B. $S_{xq} = 2\pi a^2$ C. $S_{tp} = 4\pi a^2$ D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 13: Cho hình nón đỉnh O, tâm đáy là I, đường sinh $OA = 4$, $S_{xq} = 8\pi$. Tìm kết luận sai:

- A. $R = 2$ B. $h = 2\sqrt{3}$ C. $S_{day} = 4\pi$ D. $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$

Câu 14: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. $2\pi a^2$ B. πa^2 C. $\frac{\pi a^2}{2}$ D. $\frac{3\pi a^2}{4}$

Câu 15: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân, cạnh góc vuông là a; Tìm kết luận đúng:

- A. $V = \frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ C. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ D. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

Câu 16: Cho hình nón có thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông cân có cạnh huyền là $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là:

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

Câu 17: Cắt hình nón bằng một mặt phẳng qua trục thì thiết diện thu được là tam giác đều cạnh là $2a$; Tìm kết luận đúng:

- A. $S_{day} = a^2$ B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $S_{xq} = 2\pi a^2$ D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$

Câu 18: Một hình nón có đỉnh S, tâm đáy là O, độ dài đường sinh là 5, bán kính đáy là 4. Một hình vuông ABCD có 4 đỉnh nằm trên đường tròn đáy. Thể tích khối chóp SABCD là:

- A. 32. B. 16 C. 8 D. 64

Câu 19: Cho hình nón đỉnh S, tâm O, hai đường sinh SA, SB bằng 4 và tạo với nhau một góc là 60° và $\triangle ABC$ vuông tại O. Tìm kết luận đúng:

- A. $R = 2$ B. $R = 2\sqrt{2}$ C. $R = 4$ D. $R = 4\sqrt{3}$

Câu 20: Cho hình chóp tam giác đều SABCD có cạnh đáy là a, cạnh bên là 2a. Một hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Tìm kết luận đúng:

- A. $R = a\sqrt{3}$ B. $h = \frac{a\sqrt{33}}{3}$ C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$ D. $V = \frac{\pi a^3}{9}$

Câu 21: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R có $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay $\triangle ABC$ quanh AC thì $\triangle BHC$ tạo thành hình nón xoay có diện tích xung quanh bằng:

- A. $S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4}$ B. $S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4} (\sqrt{3} + 1)$

$$C. S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4} (\sqrt{2} + 1)$$

$$D. S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4} (\sqrt{3} + 1)^2$$

Câu 22: Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' có cạnh bằng a; Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

$$A. \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$$

$$B. \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$$

$$C. \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$D. \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$$

Câu 23: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

$$A. \pi a^2$$

$$B. 2\pi a^2$$

$$C. \frac{1}{2} \pi a^2$$

$$D. \frac{3}{4} \pi a^2$$

Câu 24: Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh của trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là:

$$A. \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$B. \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$$

$$C. \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$$

$$D. \pi a^2 \sqrt{3}$$

Câu 25: Một hình thang cân ABCD có đáy nhỏ AB = 1, đáy lớn CD = 3, cạnh bên BC = DA = $\sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng:

$$A. V = \frac{7}{3} \pi$$

$$B. V = \frac{4}{3} \pi$$

$$C. V = \frac{5}{3} \pi$$

$$D. V = 3 \pi$$

Câu 26: Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' có cạnh đáy bằng a; Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

$$A. \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$$

$$B. \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$C. \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$$

$$D. \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$$

Câu 27: Trong không gian cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a; Gọi H, K lần lượt là trung điểm của DC và AB. Khi quay hình vuông đó xung quanh trục HK ta được một hình trụ tròn xoay (H). Gọi S_{xq} , V lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay (H) và khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ (H). Tỉ số $\frac{V}{S_{xq}}$ bằng:

$$A. \frac{a}{4}$$

$$B. \frac{a}{2}$$

$$C. \frac{a}{3}$$

$$D. \frac{2a}{3}$$

Câu 28: Một tam giác vuông ABC vuông tại A, có $AB = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{3}$. Kẻ $AH \perp BC$. Cho tam giác quay quanh BC, tam giác AHB và AHC tạo thành 2 hình nón có diện tích xung quanh là S_1, S_2 và thể tích V_1, V_2 . Xét 2 câu:

$$(I) \sqrt{2} S_2 = \sqrt{3} S_1 (II) 2V_2 = 3V_1$$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (II)

C. Cả 2 câu đều sai

D. Cả 2 câu đều đúng

Câu 29: Cho hình bình hành ABCD có $\angle BAD = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $AD = a$ và $\angle ADB = 90^\circ$. Quay ABCD quanh AB, ta được vật tròn xoay có thể tích là:

$$\text{A. } V = \pi a^3 \sin^2 \alpha \quad \text{B. } V = \pi a^3 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad \text{C. } V = \pi a^3 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{D. } V = \pi a^3 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

Câu 30: Cho tứ diện ABCD có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh BD vuông góc với cạnh BC. Khi quay các cạnh tứ diện đó xung quanh trục là cạnh AB, có bao nhiêu hình nón được tạo thành ?

- A. 1 B. 2. C. 3 D. 4

Câu 31: Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20\text{cm}$ và bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Gọi diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay và thể tích của khối nón tròn xoay lần lượt là S_{xq} và V . Tỉ số

$\frac{V}{S_{xq}}$ bằng:

- A. $\frac{2000}{3\sqrt{41}} \text{ cm}$. B. $\frac{3001}{3\sqrt{41}} \text{ cm}$ C. $\frac{3001}{5\sqrt{41}} \text{ cm}$ D. $\frac{2005}{3\sqrt{41}} \text{ cm}$

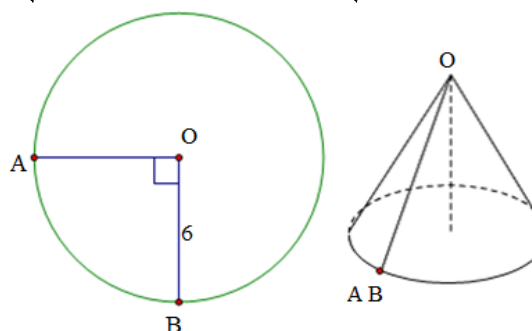
Câu 32: Cho hình tròn có bán kính là 6. Cắt bỏ

$\frac{1}{4}$

hình

tròn giữa 2 bán kính OA, OB, rồi ghép 2 bán kính đó lại sao cho thành một hình nón (như hình vẽ).

Thể tích khối nón tương ứng đó là:



- A. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{9\pi\sqrt{7}}{8}$ C. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{9\pi\sqrt{7}}{2}$

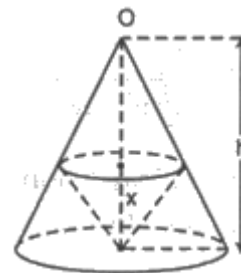
Câu 33: Cho hai điểm cố định A, B và một điểm M di động trong không gian luôn thỏa mãn điều kiện $\angle MAB = \alpha$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khi đó điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau:

- A. mặt nón. B. mặt trụ C. mặt cầu D. mặt phẳng

Câu 34: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có diện tích 50cm^2 . Thể tích khối nón là:

- A. $\frac{250\sqrt{2}}{3} \pi \text{ cm}^3$ B. $\frac{200}{3} \pi \text{ cm}^3$ C. $150\sqrt{2} \pi \text{ cm}^3$ D. $\frac{100}{3\sqrt{2}} \pi \text{ cm}^3$

Câu 35: Cho hình nón đỉnh O, chiều cao là h . Một khối nón có đỉnh là tâm của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Chiều cao x của khối nón này là bao nhiêu để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$?



- A. $x = \frac{h}{3}$ B. $x = \frac{h}{2}$ C. $x = \frac{2h}{3}$ D. $x = \frac{h\sqrt{3}}{3}$

Câu 36: Cho ΔABC vuông cân tại C, nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AB. Xét điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC) sao cho SA, SB, SC tạo với (ABC) góc 45° . Hãy chọn câu đúng:

- A. Hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC là hình nón tròn xoay.
 B. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân.
 C. Khoảng cách từ O đến 2 thiết diện qua đỉnh (SAC) và (SBC) bằng nhau
 D. Cả 3 câu trên đều đúng

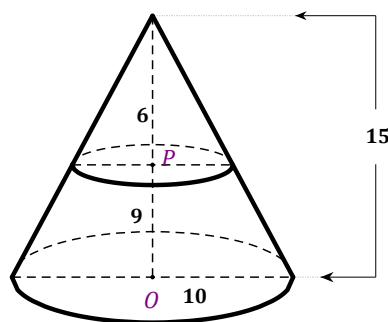
Câu 37: Cho hình nón xoay chiều cao SO. Gọi ABCD là hình vuông nội tiếp trong đường tròn đáy của hình tròn. Cho biết $AB = a$ và thể tích của hình nón là $V = \frac{\pi a^3}{6}$. Gọi M, N là trung điểm của BC và SA thì độ dài của đoạn MN là:

- A. $MN = a\sqrt{14}$ B. $MN = \frac{a\sqrt{142}}{2}$ C. $MN = \frac{a\sqrt{142}}{3}$ D. $MN = \frac{a\sqrt{142}}{4}$

Câu 38: Cho hình chóp đều SABCD có cạnh đáy bằng a, góc SAC bằng 45° . Tính thể tích khối chóp. Tính diện tích xung quanh của mặt nón ngoại tiếp hình chóp SABCD.

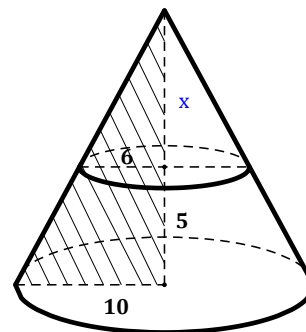
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{7a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Câu 39: Cho hình nón có đáy là đường tròn có đường kính 10. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 bằng



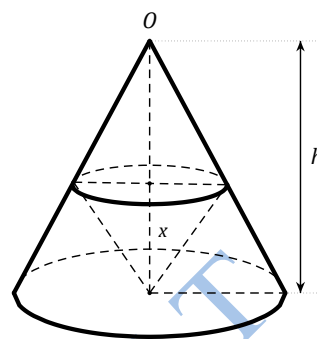
- A. 8π B. 24π C. $\frac{200\pi}{9}$ D. 96π

Câu 40: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10, mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một đường tròn có bán kính bằng 6, khoảng cách giữa mặt phẳng này với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Chiều cao của hình nón (N) bằng



- A. 12,5 B. 10 C. 8,5 D. 7

Câu 41: Cho hình nón đỉnh O, chiều cao là h. Một khối nón khác có đỉnh là tâm của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Để thể tích của nó lớn nhất thì chiều cao của khối nón này bằng bao nhiêu ?



- A. $\frac{h}{3}$ B. $\frac{h}{2}$ C. $\frac{2h}{3}$ **D. $\frac{h\sqrt{3}}{3}$**

Câu 42: Một hình nón đỉnh S có chiều cao $SO = h$. Gọi AB là dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác OAB đều và mặt phẳng (SAB) hợp với mặt phẳng chứa đường tròn đáy một góc 60° . Diện tích xung quanh và thể tích của khối nón lần lượt bằng

- A. $\frac{2\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{9}$ B. $\frac{\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{27}$ C. $\frac{\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{9}$ **D. $\frac{2\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{27}$**

Câu 43: Một hình nón có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O. Mặt phẳng (P) đi qua trục của hình nón cắt hình nón đó theo thiết diện là tam giác SAB. Biết diện tích tam giác SAB là $81a^2$ (với $a > 0$ cho trước) và đường sinh của hình nón hợp với mặt đáy một góc 30° . Diện tích xung quanh và thể tích của khối nón lần lượt bằng

- A. $162\pi a^2; 243\sqrt{3}\pi a^3$ B. $162\pi a^2; 243^4\sqrt{3}\pi a^3$ C. $\frac{81\pi a^2}{2}; 243^4\sqrt{3}\pi a^3$ **D. $\frac{81\pi a^2}{2}; \frac{243\pi a^3}{\sqrt{3}}$**

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính R, đường sinh bằng $2R$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S, cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB có góc $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) ?

- A. $\frac{\sqrt{3\sqrt{3}-3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} R$ B. $\frac{\sqrt{\sqrt{3}-3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} R$ C. $\frac{\sqrt{3\sqrt{3}-3}}{2+\sqrt{3}} R$ **D. $\frac{\sqrt{3\sqrt{3}+3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} R$**

C - ĐÁP ÁN

1D, 2A, 3A, 4D, 5C, 6A, 7C, 8D, 9B, 10C, 11A, 12C, 13D, 14C, 15C, 16A, 17C, 18A, 19B, 20B, 21A, 22X, 23C, 24A, 25A, 26B, 27A, 28A, 29C, 30B, 31A, 32A, 33A, 34A, 35C, 36D, 37D, 38C, 39A, 40A, 41C, 42D, 43B, 44D.

GV : Đào Phương Thảo - LT