

ĐẠI SỐ 10 – CHƯƠNG 2

§3. HÀM SỐ BẬC HAI



- Khi đến thành phố Đà Nẵng ta sẽ thấy một cái cầu vượt lớn có một giá đỡ là vòng cung có bề lõm quay xuống dưới, hay khi quan sát đài phun nước ta cũng thấy nước tạo ra một đường tương tự, trong toán học người ta gọi nó là đường gì? (đó gọi là parabol). Ở chương trình toán lớp 9, ta đã khảo sát các parabol có dạng đặc biệt đơn giản. Nay ta khảo sát parabol có dạng tổng quát hơn.
- Vậy nó có phương trình như thế nào? nó có tính chất gì đặc biệt? Đó chính là nội dung của bài học hôm nay.

I. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

1. Định nghĩa:

Hàm số bậc hai là hàm số được cho bởi công thức $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c là các hằng số $a \neq 0$)

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

2. Nhận xét:

a) Đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

+ Đồ thị là một parabol.

+ Đỉnh của parabol là gốc tọa độ O .

+ $a > 0$ ($a < 0$): $O(0;0)$ là điểm thấp nhất (**cao nhất**) của đồ thị.

b) $y = ax^2 + bx + c$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{-\Delta}{4a}$$

+ $I \left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a} \right)$ thuộc đồ thị.

+ $a > 0 \Rightarrow I$ là điểm thấp nhất.

+ $a < 0 \Rightarrow I$ là điểm cao nhất.

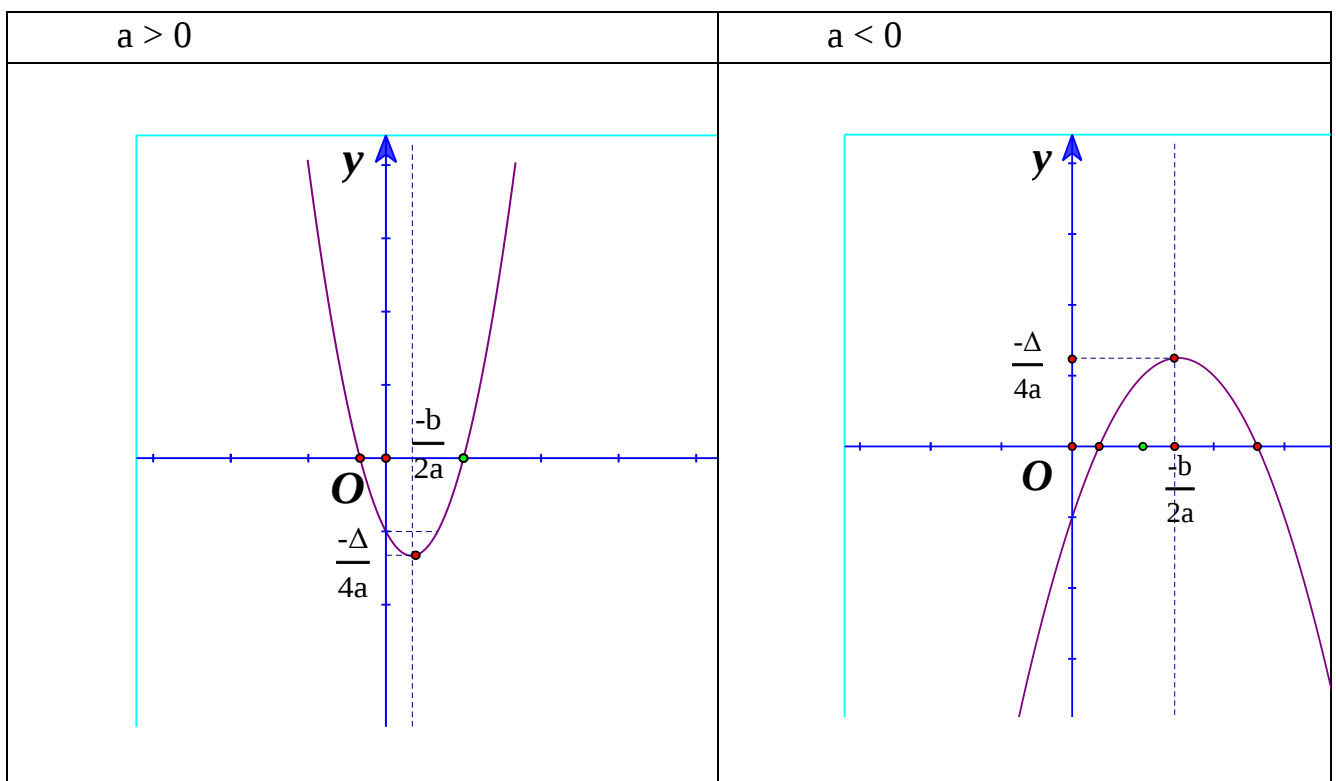
3. Đồ thị của hàm số bậc hai:

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là một parabol có

+ Đỉnh là $I \left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a} \right)$.

+ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

+ Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.



4. Cách vẽ:

1- Tập xác định $D = \mathbb{R}$

2-Chiều biến thiên

B1: Tìm tọa độ đỉnh $I(x_0; y_0)$ trong đó
$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = y(x_0) \end{cases}$$

B2: Vẽ trục đối xứng $x_0 = -\frac{b}{2a}$

3- Bảng biến thiên

$a > 0$	$a < 0$																
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$. - Bảng biến thiên	- Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$. - Bảng biến thiên																
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{b}{2a}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{\Delta}{4a}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{b}{2a}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{\Delta}{4a}$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$														
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$														
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$														
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$														

4- Vẽ đồ thị

B1: Xác định các điểm đặc biệt (thường là giao điểm của parabol với các trục tọa độ và các điểm đối xứng với chúng qua trục đối xứng)

B2: Vẽ đồ thị (căn cứ vào tính đối xứng, bề lõm và hình dáng parabol để nối các điểm đó lại).

B. LUYỆN TẬP

I. BÀI TẬP SGK

Bài 1/ 49: Xác định tọa độ của đỉnh và các giao điểm với trục tung, trục hoành (nếu có) của mỗi parabol.

a) $y = x^2 - 3x + 2$ b) $y = -2x^2 + 4x - 3$ c) $y = x^2 - 2x$ d) $y = -x^2 + 4$

Bài 2/ 49: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

a) $y = 3x^2 - 4x + 1$ b) $y = -3x^2 + 2x - 1$ c) $y = 4x^2 - 4x + 1$

Bài 3/ 49: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng parabol đó

a) Đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

b) Có đỉnh $I(2;-2)$.

c) Đi qua điểm $A(3;-4)$ và có trục đối xứng $x = -\frac{3}{4}$.

d) Đi qua điểm $B(-1;6)$ và đỉnh có tung độ $-\frac{1}{4}$.

Bài 4/ 50: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ biết (P) đi qua $A(8;0)$ có đỉnh $I(6;-12)$

II. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. [Mức độ 1] Tung độ đỉnh I của parabol $y = -x^2 - 4x + 3$ là

- A. -1 . B. -7 . C. 5 . D. 7 .

Câu 2. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 2$. Câu nào sau đây là đúng?

- A. y giảm trên $(2; +\infty)$. B. y giảm trên $(-\infty; 2)$
C. y tăng trên $(2; +\infty)$. D. y tăng trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 3. [Mức độ 1] Hàm số nào sau đây nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 0)$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$. B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.
C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$ D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

Câu 4. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = 2x^2 - x + 3$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số?

- A. $M(2;1)$. B. $M(-1;1)$. C. $M(2;3)$. D. $M(0;3)$.

Câu 5. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = x^2 + 2x - 3$ có đồ thị là parabol (P) . Trục đối xứng của (P) là:

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 6. [Mức độ 1] Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh của (P) là

- A. $I\left(\frac{-b}{a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$. B. $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$. C. $I\left(\frac{-c}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$. D. $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$.

Câu 7. [Mức độ 2] Một parabol (P) và một đường thẳng d song song với trục hoành. Một trong hai giao điểm của d và (P) là $(-2;3)$. Tìm giao điểm thứ hai của d và (P) biết đỉnh của (P) có hoành độ bằng 1?

- A. $(-3;4)$. B. $(3;4)$. C. $(4;3)$ D. $(-4;3)$.

Câu 8. [Mức độ 2] Cho $(P): y = x^2 - 2x + 3$. Tìm mệnh đề đúng:

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.

Câu 9. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = 2x^2 + bx + c$. Xác định hàm số trên biết đồ thị đi qua hai điểm $A(0;1), B(-2;7)$?

- A. $y = 2x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{53}{5}$. B. $y = 2x^2 + x + 1$ C. $y = 2x^2 - x + 1$ D. $y = 2x^2 + x - 1$.

Câu 10. [Mức độ 2] Đồ thị hàm số nào sau đây có tọa độ đỉnh $I(2;4)$ và đi qua $A(1;6)$:

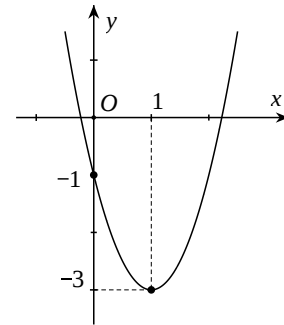
- A.** $y = 2x^2 - 8x + 12$. **B.** $y = x^2 - 8x + 12$. **C.** $y = 2x^2 - 8x - 12$. **D.** $y = 2x^2 + 8x + 12$.

Câu 11. [Mức độ 2] Gọi $A(a;b)$ và $B(c;d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y = 2x - x^2$ và $\Delta: y = 3x - 6$. Giá trị $b+d$ bằng

- A.** 7. **B.** -7. **C.** 15. **D.** -15.

Câu 12. [Mức độ 2] Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Phương trình của parabol này là

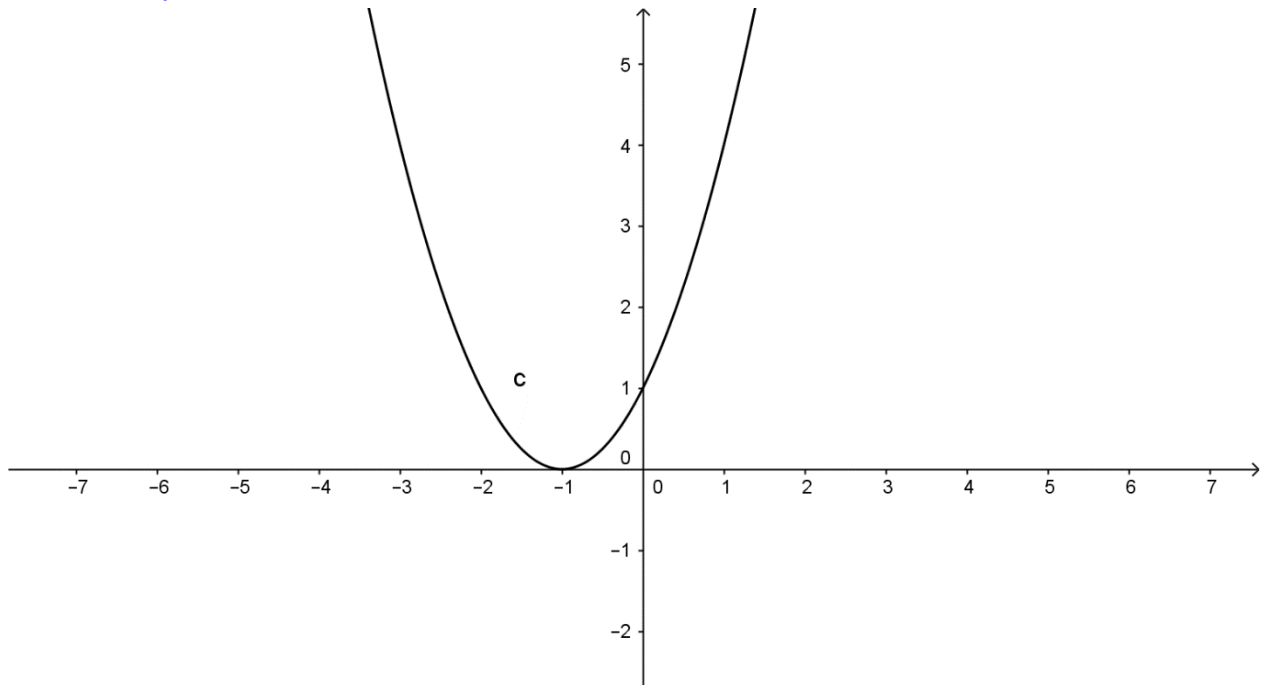
- A.** $y = 2x^2 - 4x - 1$.
B. $y = 2x^2 + 3x - 1$.
C. $y = 2x^2 + 8x - 1$.
D. $y = 2x^2 - x - 1$.



Câu 13. [Mức độ 2] Hàm số nào sau đây có giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{3}{4}$?

- A.** $y = 4x^2 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$.
C. $y = -2x^2 + 3x + 1$. **D.** $y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

Câu 14. [Mức độ 2] Hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A.** $y = -(x+1)^2$. **B.** $y = -(x-1)$.
C. $y = (x+1)^2$. **D.** $y = (x-1)^2$.

Câu 15. [Mức độ 2] Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là

A. $y = x^2 + x + 2$.

B. $y = x^2 + 2x$.

C. $y = 2x^2 + x + 2$.

D. $y = 2x^2 + 2x + 2$.

Câu 16. [Mức độ 2] Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

A. $y = x^2 - 4x - 3$.

B. $y = -x^2 + 4x$.

C. $y = x^2 + 4x - 3$.

D. $y = -x^2 + 4x - 3$.

Câu 17. [Mức độ 2] Parabol $y = 2x^2 + 3x + 1$ nhận đường thẳng

A. $x = \frac{3}{2}$ làm trục đối xứng.

B. $x = -\frac{3}{4}$ làm trục đối xứng.

C. $x = -\frac{3}{2}$ làm trục đối xứng.

D. $x = \frac{3}{4}$ làm trục đối xứng.

Câu 18. [Mức độ 2] Trong bốn bảng biến thiên được liệt kê dưới đây, bảng biến thiên nào là của hàm số $y = x^2 - 4x - 2$?

A.

x	$-\infty$	4	$+\infty$
y	$+\infty$	2	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	-6	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	4	$+\infty$
y	$-\infty$	2	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-6	$+\infty$

Câu 19. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = x^2 - 2mx + m + 2$, ($m > 0$). Giá trị của m để parabol có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 1$ là

- A. $m = 3$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 20. [Mức độ 3] Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

- A. $m < -\frac{9}{4}$. B. $m > -\frac{9}{4}$. C. $m < \frac{9}{4}$. D. $m > \frac{9}{4}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (phần này không làm PPT)

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 2$. Câu nào sau đây là **sai**?

- A. y tăng trên $(1; +\infty)$. B. y giảm trên $(1; +\infty)$.
C. y giảm trên $(-\infty; 1)$. D. y tăng trên $(3; +\infty)$.

Câu 2. [Mức độ 1] Hàm số nào sau đây đồng biến trong khoảng $(-1; +\infty)$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$. B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.
C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$ D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

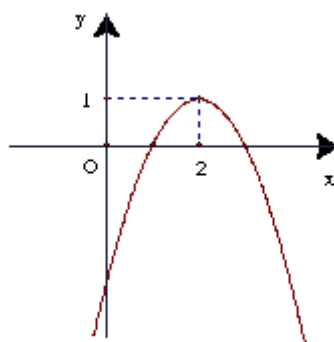
Câu 3. [Mức độ 1] Parabol $y = x^2 - 4x + 4$ có đỉnh là:

- A. $I(1; 1)$. B. $I(2; 0)$. C. $I(-1; 1)$. D. $I(-1; 2)$.

Câu 4. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = x^2 + 2x - 3$ có đồ thị là parabol (P) . Trục đối xứng của (P) là:

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 5. [Mức độ 2] Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^2 - 4x - 3$. B. $y = -x^2 + 4x$. C. $y = x^2 + 4x - 3$. D. $y = -x^2 + 4x - 3$.

Câu 6. [Mức độ 2] Tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = 2x^2 + 3x - 2$ với đường thẳng $d: y = 2x + 1$ là

- A. $(-1; -1), \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $(0; 1), (-3; -5)$.
C. $(1; 3), \left(-\frac{3}{2}; -2\right)$. D. $(-2; -3), \left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Câu 7. [Mức độ 2] Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

Câu 8. [Mức độ 2] Với giá trị nào của a và c thì đồ thị của hàm số $y = ax^2 + c$ là parabol có đỉnh $(0; -2)$ và một giao điểm của đồ thị với trục hoành là $(-1; 0)$:

A. $a = 1$ và $c = -1$.

B. $a = 2$ và $c = -2$.

C. $a = -2$ và $c = -2$.

D. $a = 2$ và $c = -1$.

Câu 9. [Mức độ 2] Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0; -1)$, $B(1; -1)$, $C(-1; 1)$ có phương trình là

A. $y = x^2 - x + 1$.

B. $y = x^2 - x - 1$.

C. $y = x^2 + x - 1$.

D. $y = x^2 + x + 1$.

Câu 10. [Mức độ 2] Giao điểm của parabol (P) : $y = x^2 + 5x + 4$ với trục hoành là

A. $(-1; 0)$, $(-4; 0)$.

B. $(0; -1)$, $(0; -4)$.

C. $(-1; 0)$, $(0; -4)$.

D. $(0; -1)$, $(-4; 0)$.

Câu 11. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (P) và $y = a'x^2 + b'x + c'$ có đồ thị (P') với $aa' \neq 0$. Chọn khẳng định đúng về số giao điểm của (P) và (P') :

A. Không vượt quá 2.

B. Luôn bằng 1.

C. Luôn bằng 2.

D. Luôn bằng 1 hoặc 2.

Câu 12. [Mức độ 2] Cho parabol (P) : $y = -3x^2 + 9x + 2$ và các điểm $M(2; 8)$, $N(3; 56)$. Chọn khẳng định đúng:

A. $M \in (P)$, $N \notin (P)$.

B. $M \in (P)$, $N \in (P)$.

C. $M \notin (P)$, $N \in (P)$.

D. $M \notin (P)$, $N \notin (P)$.

Câu 13. [Mức độ 2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^2 + 8x + 1$ là:

A. 2.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Câu 14. [Mức độ 3] Cho $M \in (P)$: $y = x^2$ và $A(3; 0)$. Để AM ngắn nhất thì:

A. $M(1; 1)$.

B. $M(-1; 1)$.

C. $M(1; -1)$.

D. $M(-1; -1)$.

Câu 15. [Mức độ 3] Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0; 6)$ có phương trình là

A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$.

B. $y = x^2 + 2x + 6$.

C. $y = x^2 + 6x + 6$.

D. $y = x^2 + x + 4$.

