

Dạng 1. Giải và biện luận Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giácDạng 1.1 Không cần biết đối

- Câu 1.** Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = 0$ trên đường tròn lượng giác là?
 A. 2. B. 0. C. 1. D. 4.
- Câu 2.** Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là:
 A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.
- Câu 3.** Nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3 = 0$ là:
 A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \pi + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$.
 C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.
- Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = -\sin x + 2$ là:
- Câu 4.**
 A. $x = k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi$.
- Nghiệm của phương trình $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$ là:
- Câu 5.**
 A. $x = k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = -\pi + k2\pi; x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.
- Câu 6.** Nghiệm của phương trình $3 \cos^2 x = -8 \cos x - 5$ là:
 A. $x = \pi + k2\pi$. B. $x = k2\pi$. C. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $x = k\pi$.
- Câu 7.** Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$ là
 A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 8.** Nghiệm của phương trình lượng giác $\sin^2 x - 2 \sin x = 0$ có nghiệm là:
 A. $x = k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Dạng 1.2 Biến đổi quy về phương trình bậc hai

- Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$ là
 A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 10.** Cho phương trình $2 \cos 2x - \cos x + 1 = 0$. Khi đặt $t = \cos x$, ta được phương trình nào dưới đây?
 A. $2t^2 + t + 1 = 0$ B. $t + 1 = 0$ C. $-4t^2 - t + 3 = 0$ D. $4t^2 - t - 1 = 0$
- Câu 11.** Phương trình $\cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0$ có nghiệm là

- A. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\frac{\pi}{2} + k\pi$. C. $k\pi$. D. $\pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$

Câu 12. Tìm nghiệm của phương trình $\cos 2x - 2 \sin x = -3$?

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$. Khi đặt $t = \sin x$, ta được phương trình nào dưới đây.

- A. $2t^2 + t + 1 = 0$. B. $t + 1 = 0$. C. $-2t^2 + t + 3 = 0$. D. $-2t^2 + t + 2 = 0$.

Câu 14. Giải phương trình $3 \sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x + \sqrt{3} \cot x - \sqrt{3} - 1 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 16. Cho phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$. Khi đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $4t^2 + 8t - 5 = 0$. B. $4t^2 - 8t - 3 = 0$. C. $4t^2 - 8t + 3 = 0$. D. $4t^2 - 8t + 5 = 0$.

Câu 17. Cho phương trình: $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ (*). Bằng cách đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$) thì phương trình (*) trở thành phương trình nào sau đây?

- A. $-2t^2 + t = 0$. B. $t^2 + t - 2 = 0$. C. $-2t^2 + t - 2 = 0$. D. $-t^2 + t = 0$.

Câu 18. Giải phương trình $\cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Dạng 1.3 Có điều kiện của nghiệm

Câu 19. Nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện: $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$.

- A. $x = -\frac{\pi}{2}$. B. $x = \frac{\pi}{6}$. C. $x = \frac{\pi}{4}$. D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 20. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện

$$0 < x < \pi.$$

- A. $x = \pi$. B. $x = \frac{\pi}{4}$. C. $x = \frac{\pi}{2}$. D. $x = 0$.

Câu 21. Nghiệm dương bé nhất của phương trình: $2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{6}$. B. $x = \frac{\pi}{2}$. C. $x = \frac{3\pi}{2}$. D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 22. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0$.

- A. $\frac{105\pi}{2}$. B. S. ABCD. C. $\frac{297\pi}{4}$. D. $\frac{299\pi}{4}$.

Câu 23. Phương trình $\cos 2x + 4 \sin x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$?

- A. 5 B. 4 C. 2 D. 3

Câu 24. Phương trình $\cos 2x + 2 \cos x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2019)$?

- A. 320. B. 1009. C. 1010. D. 321.

Câu 25. Phương trình $\cos 2x + 4 \sin x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$?

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

- Câu 26.** Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2 \cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.
 A. $S = \frac{11\pi}{6}$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 5\pi$. D. $S = \frac{7\pi}{6}$.
- Câu 27.** Số nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$ của phương trình $\cos^2 x + \frac{5}{2}\cos x + 1 = 0$ là
 A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.
- Câu 28.** Tìm nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$.
 A. $x = \frac{\pi}{2}$. B. $x = 0$. C. $x = \pi$. D. $x = \frac{\pi}{4}$.
- Câu 29.** Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?
 A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.
- Câu 30.** Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{15\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$ với $x \in [0; 2\pi]$ là:
 A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.
- Câu 31.** Phương trình $4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0$ có m nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{2017\pi}{2}; \frac{2017\pi}{2}\right)$?
 A. $m = 2017$. B. 4032. C. $m = 4034$. D. $m = 2018$.
- Câu 32.** Trong khoảng $(0; 2\pi)$, phương trình $\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0$ có tất cả m nghiệm. Tìm m .
 A. $m = 1$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.
- Câu 33.** Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.
 A. $\frac{105\pi}{2}$. B. S_{ABCD} . C. $\frac{297\pi}{4}$. D. $\frac{299\pi}{4}$.
- Câu 34.** Tính tổng tất cả T các nghiệm thuộc đoạn $[0; 200\pi]$ của phương trình $2\cos^2 x + 3\sin x + 3 = 0$
 A. $T = 10150\pi$. B. $T = 10050\pi$. C. $T = \frac{10403\pi}{2}$. D. $T = \frac{20301\pi}{2}$.
- Câu 35.** Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + 3|\cos x| - 1 = 0$ trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là:
 A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 36.** Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos x + 5)(\sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2}) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$
 A. $S = \frac{11\pi}{12}$. B. $S = \frac{5\pi}{2}$. C. $S = 2\pi$. D. $S = \frac{7\pi}{12}$.

Dạng 2. Giải và biện luận Phương trình bậc nhất đối với sin và cos

Dạng 2.1 Không cần biến đổi

- Câu 37.** Tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\tan 2x}{\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x}$.
 A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- Câu 38.** Phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2$ có tập nghiệm là
 A. $\Leftrightarrow$. B. $S = \left\{\frac{2\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $S = \left\{\frac{5\pi}{12} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- Câu 39.** Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 40. Tất cả các họ nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = 1$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 41. Phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$. B. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.
 C. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$. D. $\left\{\frac{7\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 42. (THPT HAI BÀ TRUNG - HUẾ - 2018) Giải phương trình $\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Dạng 2.2 Cần biến đổi

Câu 43. Giải phương trình $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$.

Câu 44. Giải phương trình $\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin 2x$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ là:

Câu 45.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.
 C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 46. Phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$.

Câu 47. Phương trình: $3 \sin 3x + \sqrt{3} \sin 9x = 1 + 4 \sin^3 3x$ có các nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$.

Câu 48. Nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 3x$ là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Dạng 2.3 Có điều kiện của nghiệmDạng 2.3.1 Điều kiện nghiệm

- Câu 49.** Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là
 A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 50.** Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình:
 $\sqrt{2} \cos 3x = \sin x + \cos x$.
 A. 3π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. π . D. $\frac{\pi}{2}$.
- Câu 51.** Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x$ trên khoảng $(0; 2\pi)$.
 A. $T = \frac{3\pi}{4}$. B. $T = \frac{7\pi}{8}$. C. $T = \frac{21\pi}{8}$. D. $T = \frac{11\pi}{4}$.
- Câu 52.** Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax + b) = \sin(cx + d)$ với b, d thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $b + d$.
 A. $b + d = \frac{\pi}{2}$. B. $b + d = \frac{\pi}{4}$. C. $b + d = -\frac{\pi}{3}$. D. $b + d = \frac{\pi}{12}$.
- Câu 53.** Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là?
 A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 54.** Phương trình $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -2$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 4035\pi]$?
 A. 2016. B. 2017. C. 2011. D. 2018.
- Câu 55.** Tìm góc $\alpha \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right\}$ để phương trình $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos x = 0$ tương đương với phương trình $\cos(2x - \alpha) = \cos x$.
 A. $\alpha = \frac{\pi}{6}$. B. $\alpha = \frac{\pi}{4}$. C. $\alpha = \frac{\pi}{2}$. D. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.
- Câu 56.** Cho phương trình $\sin x + \cos x = 1$ có hai họ nghiệm có dạng $x = a + k2\pi$ và $x = b + k2\pi$ ($0 \leq a, b < \pi$). Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?
 A. $a + b = \frac{2\pi}{3}$. B. $a + b = \frac{3\pi}{5}$. C. $a + b = \frac{\pi}{2}$. D. $a + b = \pi$.
- Câu 57.** Phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 2\pi]$.
 A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 58.** Tổng các nghiệm của phương trình $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$ trên $0; \frac{5\pi}{2}$ là:
 A. $\frac{7\pi}{6}$. B. $\frac{7\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{2}$. D. 2π .
- Câu 59.** Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0; 2\pi)$.
 A. $T = \frac{7\pi}{8}$. B. $T = \frac{21\pi}{8}$. C. $T = \frac{11\pi}{4}$. D. $T = \frac{3\pi}{4}$.
- Câu 60.** Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
 A. $x_0 \in -\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}$. B. $x_0 \in \left(-\frac{\pi}{12}; 0\right)$. C. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{12}\right]$. D. $x_0 \in -\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}$.

Dạng 2.3.2 Định m để phương trình có nghiệm

- Câu 61.** Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm?
 A. $a^2 + b^2 > c^2$ B. $a^2 + b^2 \leq c^2$ C. $a^2 + b^2 = c^2$ D. $a^2 + b^2 \geq c^2$
- Câu 62.** Tìm m để phương trình $3 \sin x - 4 \cos x = 2m$ có nghiệm?

A. $-\frac{5}{2} < m \leq \frac{5}{2}$ B. $m \leq -\frac{5}{2}$ C. $m \geq \frac{5}{2}$ D. $-\frac{5}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$

Câu 63. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình

$$(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0 \text{ có nghiệm?}$$

A. 4036 B. 2020 C. 4037 D. 2019

Câu 64. Tìm số các giá trị nguyên của m để phương trình $m \cos x - (m+2) \sin x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm.

A. 0 B. 3 C. vô số D. 1

Câu 65. Để phương trình $m \sin 2x + \cos 2x = 2$ có nghiệm thì m thỏa mãn:

A. $m \leq 1$. B. $\begin{cases} m \geq \sqrt{3} \\ m \leq -\sqrt{3} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \end{cases}$ D. $m \geq 1$.

Câu 66. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4 \sin x + (m-4) \cos x - 2m + 5 = 0$ có nghiệm là:

A. 5 B. 6 C. 10 D. 3

Câu 67. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm?

A. 4036. B. 2020. C. 4037. D. 2019.

Câu 68. Số các giá trị nguyên m để phương trình

$$\sqrt{4m-4} \cdot \sin x \cdot \cos x + \sqrt{m-2} \cdot \cos 2x = \sqrt{3m-9}$$
 có nghiệm là

A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

Câu 69. Tìm điều kiện của m để phương trình $(2m-1) \cos 2x + 2m \sin x \cos x = m-1$ vô nghiệm?

A. $m \in \emptyset$. B. $m \in -\infty; 0 \cup \frac{1}{2}; +\infty$.

C. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$. D. $0 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 70. Cho phương trình $2m \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = m+5$, với m là một phần tử của tập hợp $E = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 3. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 71. Tìm m để phương trình sau có nghiệm $m = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$.

A. $-2 \leq m \leq 0$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2$.

Câu 72. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4 \sin x + (m-4) \cos x - 2m + 5 = 0$ có nghiệm là:

A. 5. B. 6. C. 10. D. 3.

Câu 73. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của a để phương trình $a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2$ có nghiệm

A. $a = 3$. B. $a = 2$. C. $a = 1$. D. $a = -1$.

Câu 74. Tìm tất cả giá trị nguyên của m để phương trình $8 \sin^2 x + (m-1) \sin 2x + 2m - 6 = 0$ có nghiệm.

A. 3. B. 5. C. 6. D. 2.

Câu 75. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình

$$(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$$

A. 4037. B. 4036. C. 2019. D. 2020.

Câu 76. Tìm m để phương trình $m = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$ có nghiệm.

- A. $-2 \leq m \leq 0$ B. $0 \leq m \leq 1$ C. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2$ D. $-2 \leq m \leq -1$

Dạng 2.3.3 Sử dụng điều kiện có nghiệm để tìm Min-Max

- Câu 77.** Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ có M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của y . Đẳng thức nào sau đây đúng?
 A. $M^2 - m^2 = -3$. B. $M^2 - m^2 = \frac{-3}{4}$. C. $M^2 - m^2 = 3$. D. $M^2 - m^2 = 2$.
- Câu 78.** Số giá trị nguyên trong tập giá trị của hàm số $y = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$ là:
 A. 0 B. 2 C. 1 D. 3
- Câu 79.** Giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ là
 A. $m = -\frac{1}{2}; M = 1$ B. $m = 1; M = 2$ C. $m = -2; M = 1$ D. $m = -1; M = 2$
- Câu 80.** Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{\sin x - 2 \cos x - 3}{2 \sin x + \cos x - 4}$ là?
 A. $\frac{2}{11}$ B. $\frac{2}{11}$ C. 3 D. 2
- Câu 81.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$ nhỏ hơn 3.
 A. 5 B. 4 C. 3 D. 7

Dạng 3. Giải và biện luận Phương trình đẳng cấp

Dạng 3.1 Không có điều kiện của nghiệm

- Câu 82.** Khi đặt $t = \tan x$ thì phương trình $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 1$ trở thành phương trình nào sau đây?
 A. $2t^2 - 3t - 1 = 0$ B. $3t^2 - 3t - 1 = 0$ C. $2t^2 + 3t - 3 = 0$ D. $t^2 + 3t - 3 = 0$
- Câu 83.** Giải phương trình $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$.
 A. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$.
- Câu 84.** Phương trình: $3 \cos^2 4x + 5 \sin^2 4x = 2 - 2\sqrt{3} \sin 4x \cos 4x$ có nghiệm là:
 A. $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}$. B. $x = -\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{4}$.
 C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$.
- Câu 85.** Cho phương trình $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?
 A. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ thì ta được phương trình $\tan^2 x - 3 \tan x + 2 = 0$.
 B. Nếu chia 2 vế của phương trình cho $\sin^2 x$ thì ta được phương trình $2 \cot^2 x + 3 \cot x + 1 = 0$.
 C. Phương trình đã cho tương đương với $\cos 2x - 3 \sin 2x + 3 = 0$.
 D. $x = k\pi$ không là nghiệm của phương trình.
- Câu 86.** Phương trình: $(\sqrt{3} + 1) \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + (\sqrt{3} - 1) \cos^2 x = 0$ có các nghiệm là:
 A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \alpha + k\pi \end{cases}$ (Với $\tan \alpha = 2 - \sqrt{3}$). B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \alpha + k\pi \end{cases}$ (Với $\tan \alpha = -1 + \sqrt{3}$).

$$C. \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \alpha + k\pi \end{cases} \text{ (Với } \tan \alpha = 1 - \sqrt{3} \text{)}. D. \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \alpha + k\pi \end{cases} \text{ (Với } \tan \alpha = -2 + \sqrt{3} \text{)}.$$

Câu 87. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1) \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = \sqrt{3}$.

$$A. \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1. \quad B. (\cos x - 1) \left(\tan x - \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\right) = 0.$$

$$C. (\tan x + 2 + \sqrt{3})(\cos^2 x - 1) = 0. \quad D. \sin x = 0.$$

Câu 88. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$A. \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{12}\right\} \subset S. \quad B. \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right\} \subset S. \quad C. \left\{\frac{\pi}{3}; \pi\right\} \subset S. \quad D. \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right\} \subset S.$$

Câu 89. Cho phương trình $(\sqrt{2} - 1) \sin^2 x + \sin 2x + (\sqrt{2} + 1) \cos^2 x - \sqrt{2} = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ thì ta được phương trình $\tan^2 x - 2 \tan x - 1 = 0$.

B. Nếu chia hai vế của phương trình cho $\sin^2 x$ thì ta được phương trình $\cot^2 x + 2 \cot x - 1 = 0$.

C. Phương trình đã cho tương đương với $\cos 2x - \sin 2x = 1$.

D. $x = \frac{7\pi}{8}$ là một nghiệm của phương trình.

Câu 90. Giải phương trình $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$.

$$A. x = \frac{\pi}{3} + k\pi. \quad B. x = \frac{4\pi}{3} + k\pi. \quad C. x = \frac{5\pi}{3} + k\pi. \quad D. x = \frac{2\pi}{3} + k\pi.$$

Câu 91. Phương trình $6 \sin^2 x + 7\sqrt{3} \sin 2x - 8 \cos^2 x = 6$ có các nghiệm là:

$$A. \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}. \quad B. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}. \quad C. \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}. \quad D. \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}.$$

Câu 92. Giải phương trình $\sin^2 x - (\sqrt{3} + 1) \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$.

$$A. \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \quad B. x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$C. \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \quad D. x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 93. Giải phương trình $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$.

$$A. x = \frac{2\pi}{3} + k\pi. \quad B. x = \frac{\pi}{3} + k\pi. \quad C. x = \frac{4\pi}{3} + k\pi. \quad D. x = \frac{5\pi}{3} + k\pi.$$

Dạng 3.3 Có điều kiện của nghiệm

Câu 94. Phương trình $4 \sin^2 2x - 3 \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$?

$$A. 4. \quad B. 2. \quad C. 3. \quad D. 1.$$

Câu 95. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x = 0$ trên $(-2\pi; 2\pi)$?

$$A. 4. \quad B. 6. \quad C. 8. \quad D. 2.$$

Câu 96. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2 \sin^2 x + (1 - \sqrt{3}) \sin x \cos x + (1 - \sqrt{3}) \cos^2 x = 1$ là:

$$A. -\frac{2\pi}{3}. \quad B. -\frac{\pi}{12}. \quad C. -\frac{\pi}{6}. \quad D. -\frac{\pi}{4}.$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của pt $4 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x = 4$ là:

Câu 97.

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = \frac{\pi}{6}$.

C. $x = \frac{\pi}{4}$.

D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 98. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

B. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

D. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Câu 99. Phương trình $4 \sin^2 2x - 3 \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Dạng 3.3 Định m để phương trình có nghiệm

Câu 100. Với giá trị lớn nhất của a bằng bao nhiêu để phương trình $a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2$ có nghiệm?

A. 2.

B. $\frac{11}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 101. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $3 \sin^2 x + m \sin 2x - 4 \cos^2 x = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m \geq 4$.

D. $m = 4$.

Dạng 4. Giải và biện luận Phương trình đối xứng

Dạng 4.1 Không có điều kiện của nghiệm

Câu 102. Phương trình $\sin x + \cos x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \\ x = k\frac{\pi}{4} \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases}$

Câu 103. Giải phương trình $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 104. Cho phương trình $3\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 2 \sin 2x + 4 = 0$. Đặt $t = \sin x + \cos x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 + 3\sqrt{2}t + 2 = 0$.

B. $4t^2 + 3\sqrt{2}t + 4 = 0$.

C. $2t^2 + 3\sqrt{2}t - 2 = 0$.

D. $4t^2 + 3\sqrt{2}t - 4 = 0$.

Câu 105. Cho phương trình $5 \sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0$. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình đã cho?

A. $1 + \tan^2 x = 0$.

B. $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\tan x = 1$.

D. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 106. Phương trình $2 \sin 2x - 3\sqrt{6}|\sin x + \cos x| + 8 = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{3} + k\pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = 5\pi + k\pi \end{cases}$

Câu 107. Từ phương trình $(1 + \sqrt{3})(\cos x + \sin x) - 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} - 1 = 0$, nếu ta đặt $t = \cos x + \sin x$ thì giá trị của t nhận được là:

A. $t = \sqrt{3}$.

B. $t = 1$ hoặc $t = \sqrt{2}$.

C. $t = 1$ hoặc $t = \sqrt{3}$.

D. $t = 1$.

Câu 108. Phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ có các nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ x = (2k+1)\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases}$.

Dạng 4.2 Có điều kiện của nghiệm

Câu 109. Cho x_0 là nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$ thì giá trị của $P = \sin\left(x_0 + \frac{\pi}{4}\right)$ là

- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $P = 1$.

Câu 110. Nếu $(1 + \sin x)(1 + \cos x) = 2$ thì $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. -1 . D. 1 .

Câu 111. Cho x thỏa mãn $6(\sin x - \cos x) + \sin x \cos x + 6 = 0$. Tính $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$. B. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$.
C. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 112. Từ phương trình $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ ta tìm được $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng:

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 113. Từ phương trình $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \tan x + \cot x$, ta tìm được $\cos x$ có giá trị bằng:

- A. 1 . B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. -1 .

Câu 114. Nếu $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ thì $\sin x$ bằng bao nhiêu?

- A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\sin x = -1$ hoặc $\sin x = 0$. D. $\sin x = 0$ hoặc $\sin x = 1$.

Câu 115. Cho x thỏa mãn phương trình $\sin 2x + \sin x - \cos x = 1$. Tính $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.
B. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
D. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ hoặc $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 116. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x + \cos x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ là:

- A. $-\pi$. B. $-\frac{3\pi}{2}$. C. -2π . D. $-\frac{\pi}{2}$.

Câu 117. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + |\sin x + \cos x| = 1$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là:

- A. 4π . B. 3π . C. π . D. 2π .

Câu 118. Cho x_0 là nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$ thì giá trị của $P = 3 + \sin 2x_0$ là

- A. $P = 3$. B. $P = 2$. C. $P = 0$. D. $P = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 119. Phương trình $\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 + \cos x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $\sqrt{2} \leq m \leq 2$. B. $1 \leq m \leq \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$. C. $1 \leq m \leq 2$.
D. $0 \leq m \leq 1$.

Câu 120. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + |\sin x + \cos x| = 1$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là:

- A. 2π . B. 4π . C. 3π . D. π .

Câu 121. Từ phương trình $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$, ta tìm được $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng:

- A. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 1.

Câu 122. Cho x thỏa mãn $2 \sin 2x - 3\sqrt{6}|\sin x + \cos x| + 8 = 0$. Tính $\sin 2x$.

- A. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$. B. $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. D. $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Dạng 5. Biến đổi đưa về phương trình tích

Dạng 5.1 Không có điều kiện của nghiệm

Câu 123. Giải phương trình $\sin 3x - 4 \sin x \cos 2x = 0$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

Câu 124. Tập tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 2 \sin^2 x - 6 \sin x - 2 \cos x + 4 = 0$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dạng 5.2 Có điều kiện của nghiệm

Câu 125. Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 126. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 5x \cos 7x = \cos 4x \sin 8x$ trên $(0; 2\pi)$ bằng

- A. $\frac{19\pi}{3}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. 5π . D. 7π .

Câu 127. Phương trình $\sin 2x + 3 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 128. Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc đoạn $[0; 13\pi]$ của phương trình $2 \cos^3 x + \cos^2 x + \cos 2x = 0$. Tính tổng các phần tử của S .

- A. $\frac{380\pi}{3}$ B. $\frac{420\pi}{3}$ C. 120π D. $\frac{400\pi}{3}$

Câu 129. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x - \cos 2x + 9 \sin x - 4 = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

- A. 5π . B. $\frac{11\pi}{3}$. C. $\frac{25\pi}{6}$. D. 6π .

Câu 130. Cho phương trình $(2 \sin x - 1)(\sqrt{3} \tan x + 2 \sin x) = 3 - 4 \cos^2 x$. Gọi T là tập hợp các nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$ của phương trình trên. Tính tổng các phần tử của T .

- A. $\frac{570}{3}\pi$. B. $\frac{875}{3}\pi$. C. $\frac{880}{3}\pi$. D. $\frac{1150}{3}\pi$.

Câu 131. Số nghiệm của phương trình $2 \sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

- A. 1008. B. 2018. C. 2017. D. 1009.

Câu 132. Số nghiệm của phương trình $\sin x + 4 \cos x = 2 + \sin 2x$ trong khoảng $(0; 5\pi)$ là:

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

- Câu 133.** Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $8 \cot 2x (\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{1}{2} \sin 4x$ trên đường tròn lượng giác là:
 A. 2. B. 4. C. 6. D. 0.
- Câu 134.** Số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$ của phương trình $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ là:
 A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 135.** Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos(\pi + x) + \sqrt{3} \sin x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ là:
 A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.
- Câu 136.** Với $-\pi < x < \pi$ số nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$ là:
 A. 3. B. 6. C. 8. D. 0.
- Câu 137.** Phương trình $(1 + \cos 4x) \sin 2x = 3 \cos^2 2x$ có tổng các nghiệm trong đoạn $[0; \pi]$ là:
 A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. π . D. $\frac{2\pi}{3}$.
- Câu 138.** Tìm số nghiệm của phương trình $3 \sin^2 2x + \cos 2x - 1 = 0, x \in (0; 4\pi)$.
 A. 8 B. 2 C. 4 D. 12
- Câu 139.** Phương trình $\sin 3x + 2 \cos 2x - 2 \sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $\left(-\frac{7\pi}{8}; 0\right)$.
 A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Dạng 6. Giải và biện luận phương trình lượng giác chứa ẩn ở mẫu

- Câu 140.** Nghiệm của phương trình $\frac{\cos 2x + 3 \sin x - 2}{\cos x} = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

- Câu 141.** Tìm nghiệm của phương trình $\frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{2 \sin x - 1} = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

- Câu 142.** Số vị trí điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$ trên đường tròn lượng giác là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

- Câu 143.** Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{(2 \cos x - 1)(\sin 2x - \cos x)}{\sin x - 1} = 0$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ta được kết quả là:
 A. $T = \frac{2\pi}{3}$. B. $T = \frac{\pi}{2}$. C. $T = \pi$. D. $T = \frac{\pi}{3}$.
- Câu 144.** Tính tổng các nghiệm thuộc $[0; 100\pi]$ của phương trình $\frac{3 - \cos 2x + \sin 2x - 5 \sin x - \cos x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.
 A. $\frac{7475}{3}\pi$. B. $\frac{7375}{3}\pi$. C. 4950π . D. $\frac{7573}{3}\pi$.
- Câu 145.** Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2 \sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.
 A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
- Câu 146.** Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin x \sin 2x + 2 \sin x \cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$ trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là:
 A. $\Rightarrow (\widehat{SB}, \widehat{ABC}) = (\widehat{SB}, \widehat{AB}) = \widehat{SBA} = 60^\circ$. B. 4. C. 3. D. 5.
- Câu 147.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$ trên đoạn $[1; 70]$
 A. 188π B. 263π C. 363π D. 365π
- Câu 148.** Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x + \cos 3x - 2\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1}{\sin x} = 0$ trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là
 A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.
- Câu 149.** Để phương trình $\frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$ có nghiệm, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:
 A. $a \neq \pm\sqrt{3}$. B. $\begin{cases} |a| > 1 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$. C. $|a| \geq 4$. D. $|a| \geq 1$.
- Câu 150.** Các nghiệm của phương trình $2(1 + \cos x)(1 + \cot^2 x) = \frac{\sin x - 1}{\sin x + \cos x}$ được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?
 A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Dạng 7. Giải và biện luận Một số bài toán về phương trình lượng giác khác

- Câu 151.** Cho phương trình $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$
 A. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$. B. $(643)^2 \pi$. C. $(642)^2 \pi$. D. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$.
- Câu 152.** Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2}\right) \sin x + \cot x = 4$ là
 A. $-\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $-\frac{\pi}{2}$.
- Câu 153.** Phương trình $\sin x = \frac{x}{2019}$ có bao nhiêu nghiệm thực?
 A. 1290. B. 1287. C. 1289. D. 1288.
- Câu 154.** Phương trình $\cos 2x \cdot \sin 5x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$?
 A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 155.** Số nghiệm của phương trình: $\sin^{2015} x - \cos^{2016} x = 2(\sin^{2017} x - \cos^{2018} x) + \cos 2x$ trên $[-10; 30]$ là:
 A. 46. B. 51. C. 50. D. 44.

Dạng 8. Giải và biện luận Phương trình lượng giác chứa tham số

- Câu 156.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin x \cos x - \frac{m}{4} + 2 = 0$ có nghiệm thực?
 A. 13. B. 15. C. 7. D. 9.
- Câu 157.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\cos 2x + m|\sin x| - m = 0$ có nghiệm?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.
- Câu 158.** Tìm m để phương trình $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
 A. $0 \leq m < 1$. B. $-1 < m < 0$. C. $0 < m \leq 1$. D. $-1 \leq m \leq 0$.
- Câu 159.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin x \cos x - \frac{m}{4} + 2 = 0$ có nghiệm thực?
 A. 13. B. 15. C. 7. D. 9.
- Câu 160.** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình: $2 \sin x + (m - 1) \cos x = -m$ có nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
 A. 3. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 161.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4 \cos^3 x - \cos 2x + (m - 3) \cos x - 1 = 0$ có đúng bốn nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
 A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.
- Câu 162.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^3 2x - \cos^2 2x = m \sin^2 x$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$?
 A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 163.** Cho phương trình $(1 + \cos x)(\cos 4x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.
 A. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. B. $m \in -\infty; -1 \cup 1; +\infty$.
 C. $m \in (-1; 1)$. D. $m \in -\frac{1}{2}; 1$.
- Câu 164.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m \cos x = 1$ có đúng bảy nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$?
 A. 3. B. 5. C. 7. D. 1.
- Câu 165.** Số các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là:
 A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.
- Câu 166.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để pt $2 \cos 3x = m - 2 \cos x + \sqrt[3]{m + 6 \cos x}$ có nghiệm?
 A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.
- Câu 167.** Tìm 8π để phương trình $2 \sin x + m \cos x = 1 - m$ có nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
 A. $-1 \leq m \leq 3$. B. $-\frac{3}{2} \leq m$. C. $1 \leq m \leq 3$. D. $m \leq \frac{3}{2}$.
- Câu 168.** Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số để phương trình sau vô nghiệm với ẩn x , ($x \in \mathbb{R}$): $4 \cos x - 3 \sin x = (m^3 - 4m + 3)x + m - 4$.
 A. Vô số B. 2 C. 3 D. 1

- Câu 169.** Cho phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị m để phương trình có đúng 7 nghiệm $x \in -\frac{\pi}{2}; 2\pi$
A. 2 B. 4 C. 1 D. 8
- Câu 170.** Cho phương trình $\cos 2x - (2m - 3) \cos x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$.
A. $1 \leq m < 2$. B. $m < 2$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.
- Câu 171.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos 2x - 5 \sin x + m = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \frac{\pi}{2})$.
A. $-1 \leq m < 6$. B. $-4 \leq m < 6$. C. $m \in \{-4\} \cup -1; 6)$. D. $-4 \leq m \leq -1$.
- Câu 172.** Tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos 2x - (2m - 1) \cos x - m + 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ là
A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $0 \leq m < 1$. D. $0 \leq m \leq 1$.