

GIỚI HẠN DÃY SỐ

DẠNG 0. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim(u_n v_n) = +\infty$.

B. Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$.

C. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$.

D. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$.

Câu 2. Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$,

A. $P = \frac{212}{99}$

B. $P = \frac{213}{100}$.

C. $P = \frac{211}{100}$.

D. $P = \frac{211}{99}$.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 4. Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 5. Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương.

(II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$.

(III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

- Câu 6.** Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó
A. $\lim u_n$ không tồn tại. **B.** $\lim u_n = 1$. **C.** $\lim u_n = 0$. **D.** $\lim u_n = 2$.
- Câu 7.** (THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - PHÚ THỌ - LẦN 1 - 2018) Phát biểu nào sau đây là sai?
A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số). **B.** $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).
C. $\lim \frac{1}{n} = 0$. **D.** $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

DẠNG 1. DÃY SỐ DẠNG PHÂN THỨC

Dạng 1.1 Phân thức bậc tử bé hơn bậc mẫu

- Câu 8.** (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - 2019) Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n^3+3}$.
A. $L = 1$. **B.** $L = 0$. **C.** $L = 3$. **D.** $L = 2$.
- Câu 9.** (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng
A. 0. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{1}{5}$.
- Câu 10.** (Mã đề 103 BGD&ĐT NĂM 2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7}$ bằng
A. $\frac{1}{7}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.
- Câu 11.** (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5}$ bằng
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{1}{5}$.
- Câu 12.** (THPT QUỐC GIA 2018 - MÃ ĐỀ 102) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+2}$ bằng
A. $\frac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.
- Câu 13.** (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Tìm $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.
A. $\frac{7}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 14.** (HỒNG LĨNH - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5}$ bằng:
A. 2. **B.** 0. **C.** $-\frac{3}{5}$. **D.** -3.

- Câu 15.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2018}{n}$ bằng
- A. $-\infty$. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 16.** (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2+n-n^2}$?
- A. $L = -\infty$. B. $L = -2$. C. $L = 1$. D. $L = 0$.
- Câu 17.** (TRƯỜNG THPT THANH THỦY 2018 -2019) Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?
- A. $u_n = \frac{n^2-2}{5n+3n^2}$. B. $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+3n^2}$. C. $u_n = \frac{1-2n}{5n+3n^2}$. D. $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+3n^2}$.
- Câu 18.** (THPT PHAN CHU TRINH - ĐẮC LẮC - 2018) Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{2n^2+3n+1}$
- A. $I = -\infty$. B. $I = 0$. C. $I = +\infty$. D. $I = 1$.
- Câu 19.** Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ biết $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1}$.
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 20.** (THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018) Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.
- A. 0. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 21.** (THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH - PHÚ YÊN - 2018) Tìm $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$
- A. $L = \frac{5}{2}$. B. $L = +\infty$. C. $L = 2$. D. $L = \frac{3}{2}$.
- Câu 22.** Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ bằng
- A. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$. C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$.
- Câu 23.** (THPT NGUYỄN TẮT THÀNH - YÊN BÁI - 2018) Tính giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n + \sin n}{n^2+1}$.
- A. 1. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Dạng 1.2 Phân thức bậc tử bằng bậc mẫu
- Câu 24.** (THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ - HÒA BÌNH - 2018) Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1}$ bằng
- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

- Câu 25. (THPT THUẬN THÀNH - BẮC NINH - 2018)** Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2}{3n+1}$ bằng:
- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -2 . D. 1 .
- Câu 26. (THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018)** Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$.
- A. $I = -\frac{2}{3}$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $k \in \mathbb{R}$.
- Câu 27. (THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018)** Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$ bằng?
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1 . D. $-\frac{2}{3}$.
- Câu 28. (SGD&ĐT BẮC NINH - 2018)** Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018}$.
- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{2017}{2018}$. D. $I = 1$.
- Câu 29. (THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019)** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+19n}{18n+19}$ bằng
- A. $\frac{19}{18}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{19}$.
- Câu 30. (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?
- A. $\frac{1}{n}$. B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$. C. $\frac{n+1}{n}$. D. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.
- Câu 31. (CHUYÊN HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018)** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng
- A. 0 . B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.
- Câu 32. (SGD THANH HÓA - LẦN 1 - 2018)** Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2018}{2n+1}$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. 4 . C. 2 . D. 2018 .
- Câu 33. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$.
- A. 2 . B. 8 . C. 1 . D. 4 .
- Câu 34. (CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2018)** Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{1+n}$ được kết quả là
- A. 2 . B. 0 . C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Câu 35. (THPT LÊ XOAY - LẦN 3 - 2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5}$ bằng

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 36. (Thi thử SGD Cần Thơ mã 121 – 2019) Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{1 - 2n^2}$ bằng

- A. -3. B. 2. C. -1. D. 0.

Câu 37. Giá trị $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{12n^2 + 1}$ bằng

- A. $\frac{1}{12}$. B. 0. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{24}$.

Câu 38. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 3}{2n + 1}$.

- A. 1. B. $+\infty$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 39. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 40. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$.

- A. $\frac{1}{5}$. B. 0. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 41. Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n-1}{3-n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ là:

- A. -2. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 42. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n+3}{3n-15}$ ta được kết quả:

- A. $I = -\frac{10}{3}$. B. $I = \frac{10}{3}$. C. $I = \frac{3}{10}$. D. $I = -\frac{2}{5}$.

Câu 43. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. $+\infty$.

Câu 44. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{n^2 - 2}$ bằng:

- A. 3. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

- Câu 45.** Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2}$.
- A. 2. B. $-\frac{1}{2}$. C. 4. D. $-\frac{1}{4}$.
- Câu 46.** Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = \frac{1}{n+1}$; $v_n = \frac{3}{n+3}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n}$.
- A. 0. B. 3. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.
- Câu 47.** Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{2n^2 - 4n^5 + 2019}$ bằng
- A. -2. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.
- Câu 48.** Giá trị của $B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2}$ bằng:
- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 0. D. 4.
- Câu 49.** (THPT CHUYÊN THẮNG LONG - ĐÀ LẠT - 2018) Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + n^2 + 1}{2018 - 3n^3}$.
- A. $\frac{1}{2018}$. B. -3. C. $+\infty$. D. $-\frac{1}{3}$.
- Câu 50.** (Thi thử chuyên Hùng Vương Gia Lai lần -2019) Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng
- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.
- Câu 51.** (Chuyên Lào Cai Lần 3 2017-2018) Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $0 < a < 2$. B. $0 < a < \frac{1}{2}$. C. $-1 < a < 0$. D. $1 < a < 3$.
- Câu 52.** Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$
- A. 192 B. 68 C. 32 D. 128
- Câu 53.** Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng
- A. -12. B. -2. C. 0. D. -6.
- Câu 54.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.

B. $\lim u_n = \frac{1}{2}$.

C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

D. $\lim u_n = 1$.

Câu 55. (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Giới hạn $\lim \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng?

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 56. $\lim \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $+\infty$.

Câu 57. $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 58. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 1

Câu 59. (THPT HAI BÀ TRƯNG - HUẾ - 2018) Tìm $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$.

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{n}$.

D. 0.

Câu 60. (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Tính giới hạn:

$$\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right].$$

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 61. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Cho dãy số (u_n) với

$$u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}. \text{ Tính } \lim u_n.$$

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 62. Tính $\lim(-2n^{2019} + 3n^{2018} + 4)$?

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. -2.

D. 2019.

Dạng 1.3 Phân thức bậc tử lớn hơn bậc mẫu

Câu 63. $\lim (2-3n)^4 (n+1)^3$ là:

A. $-\infty$

B. $+\infty$

C. 81

D. 2

Câu 64. Tính giới hạn $L = \lim \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$

A. $L = +\infty$.

B. $L = 0$.

C. $L = \frac{1}{3}$.

D. $L = -\infty$.

Câu 65. Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{-2+3n-2n^3}{3n-2}$

A. $\frac{-2}{3}$.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 66. Giới hạn $\lim \frac{\sqrt{1+5+\dots+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. 0.

Dạng 1.4 Phân thức chứa căn

Câu 67. (THPT HÀ HUY TẬP - LẦN 2 - 2018) $\lim \frac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 68. (THPT LÝ THÁI TỔ - BẮC NINH - 2018) Cho $I = \lim \frac{\sqrt{4n^2+5}+n}{4n-\sqrt{n^2+1}}$. Khi đó giá trị của I là:

A. $I = 1$.

B. $I = \frac{5}{3}$.

C. $I = -1$.

D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 69. (CỤM 5 TRƯỜNG CHUYÊN - ĐBSH - LẦN 1 - 2018) Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$$

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 70. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{n\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)}}{2n^2+1}$

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. $-\infty$.

Câu 71. (HỒNG QUANG - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018) Tính $\lim \sqrt{\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{2n(n+7)(6n+5)}}$

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{6}}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

DẠNG 2. DÃY SỐ CHỨA CĂN THỨC

Câu 72. $\lim(\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$ bằng

- A. -3 . B. $+\infty$. C. 0 . D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 73. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

- A. $\lim \frac{3^{n+1} + 2n}{5 + 3^n}$. B. $\lim \frac{3n^2 + n}{4n^2 - 5}$.
C. $\lim(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 1})$. D. $\lim \frac{2n^3 + 3}{1 + 2n^2}$.

Câu 74. Giới hạn $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3})$ bằng

- A. 0 . B. $+\infty$. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 75. Tính giới hạn $\lim(n - \sqrt{n^2 - 4n})$.

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 4 .

Câu 76. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim(\sqrt{n^2 - 4n + 7} + a - n) = 0$?

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .

Câu 77. (LÊ QUÝ ĐÔN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Tính $I = \lim \left[n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1}) \right]$.

- A. $I = +\infty$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = 1,499$. D. $I = 0$.

Câu 78. (LÊ QUÝ ĐÔN - QUẢNG TRỊ - LẦN 1 - 2018) Tính $\lim n(\sqrt{4n^2 + 3} - \sqrt[3]{8n^3 + n})$.

- A. $+\infty$. B. 1 . C. $-\infty$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 79. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{9n^2 + 2n - 1} - \sqrt{4n^2 + 1})$.

- A. $+\infty$. B. 1 . C. $-\infty$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 80. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{4n^2 + n + 1} - 9n)$.

- A. $+\infty$. B. -7 . C. $-\infty$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 81. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{4n^2 + n} - \sqrt{4n^2 + 2})$. ĐS: $\frac{1}{4}$.

A. $+\infty$.B. -7 .C. $-\infty$.D. $\frac{1}{4}$.

Câu 82. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n + 25 \right)$.

A. $+\infty$.B. -7 .C. $\frac{53}{2}$.D. $\frac{9}{4}$.

Câu 83. Tính giới hạn $L = \lim \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$.

A. $+\infty$.B. -7 .C. $\frac{53}{2}$.D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 84. Tính giới hạn sau $L = \lim \left(\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+1} \right)$.

A. $+\infty$.B. -7 .C. $\frac{53}{2}$.D. 0 .

Câu 85. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + \sqrt[3]{5n^2 - 8n^3} \right)$.

A. $+\infty$.B. -7 .C. $\frac{53}{2}$.D. $\frac{2}{3}$.

Câu 86. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 + 4} - 2n + 6 \right)$.

A. $+\infty$.B. $\frac{25}{4}$.C. $\frac{53}{2}$.D. $\frac{1}{2}$.

Câu 87. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{2n - n^3} + n - 1 \right)$.

A. $+\infty$.B. -1 .C. $\frac{53}{2}$.D. $\frac{1}{2}$.

Câu 88. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{n - n^3} + n + 2 \right)$.

A. $+\infty$.B. 2 .C. 1 .D. $\frac{1}{2}$.

Câu 89. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n - 1 \right)$.

A. $+\infty$.B. $\frac{5}{4}$.C. $\frac{53}{2}$.D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 90. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt[3]{n^6 + 1} \right)$.

A. $+\infty$.B. $\frac{5}{4}$.C. $\frac{1}{2}$.D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 91. Tính giới hạn $L = \lim \left(\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right)$.

A. $+\infty$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{53}{2}$.

D. $\frac{1}{6}$.

DẠNG 3. DẪY SỐ CHỨA LŨY THỪA

Câu 92. (THPT HÀ HUY TẬP - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$.

B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

C. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$.

D. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 93. (THPT THÁI PHIÊN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$ bằng.

A. 2.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 0.

Câu 94. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

A. $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

B. $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$.

C. $\lim \left(\frac{4}{3}\right)^n$.

D. $\lim (2)^n$.

Câu 95. $\lim \left(\frac{2018}{2019}\right)^n$ bằng.

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Câu 96. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $(0,999)^n$.

B. $(-1)^n$.

C. $(-1,0001)^n$.

D. $(1,2345)^n$.

Câu 97. $\lim \frac{100^{n+1} + 3.99^n}{10^{2n} - 2.98^{n+1}}$ là

A. $+\infty$.

B. 100.

C. $\frac{1}{100}$.

D. 0.

Câu 98. $\lim (3^n - 4^n)$ là

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 1.

Câu 99. Tính giới hạn $\lim \frac{3.2^{n+1} - 2.3^{n+1}}{4 + 3^n}$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. 0.

C. $\frac{6}{5}$.

D. -6.

Câu 100. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim \frac{1 + 2.2017^n}{2016^n + 2018^n}$.

B. $\lim \frac{1 + 2.2018^n}{2016^n + 2017^{n+1}}$.

C. $\lim \frac{1 + 2.2018^n}{2017^n + 2018^n}$.

D. $\lim \frac{2.2018^{n+1} - 2018}{2016^n + 2018^n}$.

Câu 101. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2 \cdot 2^n + 3}$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 102. (Chuyên - Vĩnh Phúc - lần 3 - 2019) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

- A. 2018. B. 2012. C. 2019. D. 2011.

Câu 103. (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Tính giới hạn $T = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$.

- A. $T = 0$. B. $T = \frac{1}{4}$. C. $T = \frac{1}{8}$. D. $T = \frac{1}{16}$.

DẠNG 4. TỔNG CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Câu 104. (THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018) Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 105. Tổng vô hạn sau đây $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 106. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,15555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng hữu tỉ là

- A. $\frac{63}{20}$. B. $\frac{142}{45}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 107. Tổng $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 108. (Chu Văn An - Hà Nội - lần 2 - 2019) Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$.

Gọi $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 0. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 4, \forall n \in \mathbf{N}^* \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 12$. D. $\lim u_n = 3$.

Câu 110. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $\lim \frac{n}{u_n}$.

- A. $L = \frac{1}{3}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = 3$. D. $L = 2$

DẠNG 5. MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

Câu 111. (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbf{N}^*$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Dãy số (u_n) là dãy tăng. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
C. $0 < u_n < \frac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbf{N}^*$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$.

Câu 112. (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$, xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \cdot f(5) \dots f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) \dots f(2n)}$. Tìm $\lim n\sqrt{u_n}$.

- A. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$. C. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$.

Câu 113. (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 4n + 3, \forall n \geq 1$. Biết

$$\lim \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018}n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018}n}}} = \frac{a^{2019} + b}{c}$$

với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính giá trị $S = a + b - c$.

- A. $S = -1$. B. $S = 0$. C. $S = 2017$. D. $S = 2018$.

Câu 114. (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn khác số 1 khi n dần đến vô cùng?

- A. $u_n = \frac{(2017-n)^{2018}}{n(2018-n)^{2017}}$. B. $u_n = n(\sqrt{n^2 + 2018} - \sqrt{n^2 + 2016})$.
C. $\begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$. D. $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$.

Câu 115. (THPT CHU VĂN AN -THÁI NGUYÊN - 2018) Cho dãy số (u_n) được xác định như sau

$$u_1 = 2016; u_{n-1} = n^2(u_{n-1} - u_n), \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2, \text{ tìm giới hạn của dãy số } (u_n).$$

- A. 1011. B. 1010. C. 1008. D. 1009.

Câu 116. Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n=1, 2, \dots$ Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 117. (THPT NGUYỄN HUỆ - TT HUẾ - 2018) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ 3\sqrt{4u_{n+1}+1} = \sqrt{4u_n+1} + 4, (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases} \text{ Tính } \lim u_n.$$

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 118. (THPT GANG THẾP - LẦN 3 - 2018) Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$, khi đó

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{3^n}$$

- A. Không xác định. B. $L = +\infty$. C. $L = -\frac{5}{6}$. D. $L = 0$.

Câu 119. (THPT HẬU LỘC 2 - TH - 2018) Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$?

- A. $S = \frac{15\pi}{4}$. B. $S = 4\pi$. C. $S = \frac{9\pi}{2}$. D. $S = 5\pi$.

Câu 120. (CTN - LẦN 1 - 2018) Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây, dãy số nào có giới hạn khác 1?

A. $u_n = \frac{n(n-2018)^{2017}}{(n-2017)^{2018}}$. B. $u_n = n(\sqrt{n^2+2020} - \sqrt{4n^2+2017})$.

C. $u_n = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$. D. $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases}$.

Câu 121. (SGD&ĐT BRVT - 2018) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 1; u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết rằng

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 - 2n) = b. \text{ Giá trị của biểu thức } T = ab \text{ là}$$

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 122. (THPT TRẦN PHÚ - ĐÀ NẴNG - 2018) Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt

$$S_n = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \dots + \frac{1}{C_n}. \text{ Tính } \lim S_n$$

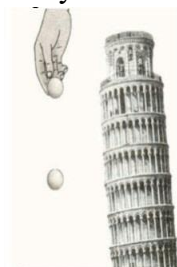
- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 123. (THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG ĐIỀU - ĐỒNG THÁP - 2018) Có bao nhiêu giá trị

nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2018)$ để có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

- A. 2011. B. 2016. C. 2019. D. 2009.

Câu 124. Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. (67m ; 69m). B. (60m ; 63m). C. (64m ; 66m). D. (69m ; 72m).

Câu 125. (THPT THUẬN THÀNH 1) Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ đều tồn tại giới hạn hữu hạn. Biết rằng hai dãy số đồng thời thỏa mãn các hệ thức $u_{n+1} = 4v_n - 2, v_{n+1} = u_n + 1$ với mọi $\forall n \in \mathbb{N}^+$. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 2v_n)$ bằng

- A. 0. B. $\frac{3}{2}$. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 126. Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Chiều cao mô hình không quá 1,5 mét B. Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét
C. Chiều cao mô hình dưới 2 mét. D. Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.

Câu 127. Trong một lần Đoàn trường Lê Văn Hưu tổ chức chơi bóng chuyền hơi, bạn Nam thả một quả bóng chuyền hơi từ tầng ba, độ cao 8m so với mặt đất và thấy rằng mỗi lần chạm đất thì quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết quả bóng chuyển động vuông góc với mặt đất. Khi đó tổng quãng đường quả bóng đã bay từ lúc thả bóng đến khi quả bóng không máy nữa gần bằng số nào dưới đây nhất?

- A. 57m. B. 54m. C. 56m. D. 58m.

Câu 128. Với mỗi số nguyên dương n , gọi s_n là số cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 \leq n^2$. (nếu $a \neq b$ thì hai cặp số $(a; b)$ và $(b; a)$ khác nhau). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = \sqrt{2\pi}.$ **B.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = 2.$ **C.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = \sqrt{\pi}.$ **D.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{s_n}}{n} = 4.$